

TESIS DOCTORAL

Análisis de la Evolución del Daño en Laminados con Agujero Empleando la Mecánica del Daño Discreto

Autor:

Marta María Moure Cuadrado

Directores:

Dr. Enrique Barbero Pozuelo

Dra. Shirley Kalamis García Castillo

**DEPARTAMENTO DE MECÁNICA DE MEDIOS CONTINUOS Y TEORÍA
DE ESTRUCTURAS**

Leganés, Abril 2016

TESIS DOCTORAL

Análisis de la Evolución del Daño en Laminados con agujero empleando la Mecánica del Daño Discreto

Autor: Marta María Moure Cuadrado

Directores: **Dr. Enrique Barbero Pozuelo**
 Dra. Shirley Kalamis García Castillo

Firma del Tribunal Calificador:

Firma

Presidente: (Nombre y apellidos)

Vocal: (Nombre y apellidos)

Secretario: (Nombre y apellidos)

Calificación:

Leganés, de de

Agradecimientos

A mis directores de tesis, Dr. Enrique Barbero Pozuelo y Dra. Shirley K. García Castillo, por su generosidad y confianza al compartir conmigo, sus conocimientos y tiempo para poder elaborar esta tesis, sin su ayuda, no hubiera sido posible elaborarla y finalizarla, en especial, quiero agradecerles su empatía y amistad en esta etapa de mi vida, siempre he recibido su apoyo incondicional ante todas las eventualidades surgidas en el camino.

Mi agradecimiento al profesor Dr. Ever J. Barbero de la West Virginia University, quien desde su estancia en la Universidad Carlos III, bajo la cátedra de excelencia, hasta hoy, me ha ayudado a utilizar y comprender distintas técnicas necesarias para el desarrollo de la Tesis Doctoral. Me gustaría agradecerle tanto a él, como a su esposa Ana y sus hijos, Daniel y Maggie, su hospitalidad y generosidad durante mi estancia en la West Virginia University, realizada con el fin de obtener la mención Internacional de la Tesis Doctoral.

A mis compañeros de despacho Josué, Álvaro, José y Elena, muchas gracias por los buenos momentos y vuestra amistad. También a Pernas, Vaz, y en especial a Matías por sus risas, a Marcos por su amabilidad y a Inés por sus buenos consejos.

Al departamento de Mecánica y Medios Continuos y Estructuras por brindarme la oportunidad de realizar este Tesis Doctoral, y por haberme proporcionado una formación de la mano de los mejores profesionales, algo que no está al alcance de todo el mundo. A los técnicos de laboratorio, Sergio y David, ya que sin su ayuda no se hubiera podido llevar a cabo esta Tesis. A la Secretaria Marisa y a todo el personal de Administración y Conserjería.

A los más importantes en mi vida, mis padres, hermanos, abuelos, y sobre todo a mi compañero Josemari, gracias a todos, por vuestro apoyo desinteresado y vuestra comprensión durante este peregrinaje, sin vosotros no habría llegado a esta meta. Sois el motor que me impulsa a seguir adelante y me habéis animado a superar duros momentos de despedidas, como las de mis queridas mascotas, Panda, Konan y Aragorn.

Dar las gracias a todos los que aunque no veáis reflejados vuestros nombres, sabéis que estáis en mi corazón, porque todos formáis parte de la Tesis.

“Nuestra recompensa se encuentra en el esfuerzo y no en el resultado. Un esfuerzo total es una victoria completa”

Mahatma Gandhi

Resumen

La presente Tesis Doctoral aborda el estudio del fallo de laminados con agujero sometidos a cargas en su plano a través de ensayos experimentales, modelos analíticos simplificados y modelos detallados, analizándose la evolución del daño en las zonas próximas al agujero y la tensión de rotura del laminado.

De entre los distintos modelos simplificados disponibles en la literatura para estimar la tensión de rotura en laminados con agujero, en esta Tesis, se ha empleado el desarrollado por Whitney y Nuismer. Para la aplicación de este modelo se requiere conocer unas distancias características para estimar la carga de rotura. En esta Tesis, se proponen fórmulas fenomenológicas para estimarlas en función de los parámetros más relevantes del problema. Con objeto de definir esos parámetros, se ha formulado el modelo en variables adimensionales. Con las formulas propuestas, el modelo de Whitney y Nuismer puede emplearse como una herramienta predictiva. Para poder llevar a cabo este estudio, ha sido necesario realizar una serie de ensayos experimentales, que han sido completados con resultados experimentales de la literatura científica.

Dado que el modelo de Whitney y Nuismer sólo puede predecir la carga de rotura, para profundizar en el estudio de la evolución del daño se ha empleado un modelo detallado. En esta Tesis se ha seleccionado el modelo basado en la Mecánica del Daño Discreto (DDM) formulado por Barbero y Cortes en el año 2010. El modelo original se ha modificado durante el desarrollo de la presente Tesis con la colaboración del Profesor Ever J. Barbero mediante la inclusión del mecanismo de fallo por rotura de fibras. El modelo original propuesto por Barbero y Cortes sólo se ha aplicado a problemas en los que el laminado está sometido a un estado de tensión uniforme, por lo que se ha analizado la capacidad del modelo DDM de localizar el daño a partir de un defecto inicial y ante la presencia de concentración de tensiones asociada a agujeros. Una vez comprobado que el modelo DDM es capaz de localizar el daño en distintas situaciones, se ha validado para un amplio rango de laminados que incluyen diferentes materiales, secuencias de apilamiento y geometrías, empleando tanto resultados experimentales obtenidos en la presente Tesis Doctoral, como publicados en la literatura científica. Como variables de validación se han empleado la carga de rotura y la evolución de la rigidez del laminado.

Por último, una vez validado el modelo detallado, se ha utilizado para el estudio de la influencia del espesor y posición de distintos agrupamientos de láminas en la evolución del daño de laminados con agujero sometidos a cargas de tracción uniaxial en el plano. Se han analizado varias secuencias de apilamiento con agrupamientos de láminas en distintas posiciones dentro del laminado y con distintos espesores. Se ha estudiado su influencia en la evolución de la densidad de fisuras, en la carga aplicada, y en la distribución de las componentes del tensor de tensiones alrededor del agujero.

Abstract

This PhD Thesis deals with the study of the failure of open-hole composite laminates subjected to in-plane loads through experimental tests, simplified analytical models and detailed models, analyzing the damage evolution in the areas near the hole and the tensile strength of the laminate.

Among the different simplified models available in the literature to estimate the tensile strength of open-hole laminates, in this Thesis the model of Whitney and Nuismer has been used. To apply this model it is required to know some characteristic distances to estimate the tensile strength. In this Thesis, phenomenological formulas to estimate them, based on the most relevant parameters of the problem, are proposed. In order to define these parameters, the model has been formulated in dimensionless variables. With the proposed formulas, Whitney and Nuismer model can be used as a predictive tool. To carry out this study, several experimental tests have been carried out, completed with experimental results of the scientific literature.

Since the model of Whitney and Nuismer can only predict the tensile strength, a detailed model has been used to study the damage evolution in depth. In this Thesis, the Discrete Damage Model (DDM) formulated by Barbero and Corte in 2010 has been selected. The original DDM model has been augmented with fiber failure mode during the development of this Thesis and with the collaboration of Professor Ever J. Barbero. The original model proposed by Barbero and Cortes had only been applied to problems where the laminate is subjected to a uniform stress state, the ability of DDM model to locate the damage from an initial defect and in the presence of stress concentration associated with holes has been analyzed in this Thesis. Once DDM model is proved to locate the damage in different situations, it has been validated for a wide range of laminates which includes different materials, geometries and stacking sequences using both experimental results obtained in this Doctoral Thesis as published in the scientific literature. Validation has been done in terms of the tensile strength and the global stiffness evolution.

Finally, after model validation, the influence of cluster thickness and its position on the damage evolution of open-hole composite laminates subjected to uniaxial in-plane tensile loads is studied in this Thesis. Several stacking sequences with clusters in different position and thicknesses inside the laminate are analyzed. Its influence on the crack density evolution, applied load, and the distribution of the stress components around the hole is studied.

Contenido

Resumen	V
Abstract	VI
Contenido	VII
Índice de Figuras	XI
Índice de Tablas	XVI

Capítulo I

1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Motivación	1
1.2. Objetivos	6
1.3. Aportaciones de la Tesis Doctoral	8
1.4. Estructura de la memoria	9

Capítulo II

2. ANTECEDENTES	11
2.1. Mecanismos de Fallo en Laminados de Material Compuesto	11
2.1.1. Rotura de Fibras.....	12
2.1.2. Rotura de la Matriz.....	15
2.1.3. Despegue fibra-matriz.....	15
2.1.4. Arranque de fibras	16
2.1.5. Delaminación.....	17
2.2. Criterios de Iniciación del Daño.....	18
2.2.1. Criterios de Daño Basados en Tensiones	18
2.2.2. Criterios de Daño Basados en la Mecánica de la Fractura (MF).....	20
2.3. Modelización de la Progresión del Daño	22
2.3.1. Modelos de Mecánica del Daño Continuo (CDM).....	22
2.3.2. Modelos de Mecánica del Daño Discreto (DDM)	24

2.4. Concentración de Tensiones Debido a la Presencia de Agujeros	26
2.4.1. Introducción.....	26
2.4.2. Resistencia Mecánica de Laminados con Agujero	28
2.4.3. Modelos Simplificados para Predecir la Resistencia de Laminados con Agujero	31

Capítulo III

3. ESTUDIO DE LAMINADOS CON AGUJERO MEDIANTE MODELOS SIMPLIFICADOS	35
3.1. Introducción	35
3.2. Concentración de Tensiones Alrededor de un Agujero.....	36
3.3. Modelo Analítico de Whitney y Nuismer	40
3.3.1. Criterio de Fallo de Tensión Puntual (PSC)	41
3.3.2. Criterio de Fallo de Tensión Promedio (ASC)	42
3.4. Adimensionalización del modelo Analítico de Whitney y Nuismer	43
3.5. Procedimiento Experimental	45
3.5.1. Material Utilizado y Configuración de las Probetas.....	45
3.5.2. Ensayo de Tracción Uniaxial.....	46
3.5.3. Evaluación del Daño.....	47
3.6. Resultados Experimentales.....	50
3.6.1. Resultados Obtenidos en la presente Tesis	50
3.6.2. Resultados de la Literatura	51
3.7. Aplicación del Modelo de Whitney y Nuismer sobre Laminados Sometidos a Cargas de Tracción.....	52
3.8. Metodología para Estimar \hat{d}_0 y \hat{a}_0	58
3.9. Resumen del Capítulo	66

Capítulo IV

4. MODELO DE MECÁNICA DEL DAÑO DISCRETO (DDM)	69
4.1. Introducción.....	69
4.2. Hipótesis del Modelo.....	69
4.3. Planteamiento del Problema.....	71
4.4. Descripción del Modelo de Rotura de Fibras.....	74
4.5. Descripción del Modelo de Fallo de la Matriz	75
4.5.1. Ecuación constitutiva de la Lámina	75
4.5.2. Campo de Desplazamientos	76
4.5.3. Condiciones de Contorno	77
4.5.4. Matriz de Rigidez Degradada del Laminado	79
4.5.5. Matriz de Rigidez Degradada de la Lámina	80

4.5.6. Función de Activación del Daño	81
4.5.7. Evolución del Agrietamiento de la Matriz	82
4.6. Implementación Numérica del Modelo Analítico DDM	83
4.6.1. Secuencias de Comando Python en Abaqus (Abaqus Scripting)	84

Capítulo V

5. LOCALIZACIÓN DEL DAÑO ASOCIADO A UN DEFECTO INICIAL	87
5.1. Planteamiento del Problema	87
5.2. Modelo Numérico y Análisis de Sensibilidad de Malla	88
5.2.1. Descripción del Modelo Numérico	88
5.2.2. Análisis de Sensibilidad de la Malla	89
5.3. Influencia de la Densidad de Fisuras en la Evolución del Daño	91
5.3.1. Fuerza Aplicada sobre el Laminado	91
5.3.2. Evolución de la Densidad de Fisuras en el Elemento Dañado	92
5.3.3. Evolución de la Densidad de Fisuras en las Láminas a 90° a lo Largo del Ancho de la Placa	92
5.3.4. Evolución del Daño en las Láminas a 0° a lo Largo del Ancho de la Placa	96
5.3.5. Evolución de la Tensión Longitudinal en las Láminas a 0° a lo Largo del Ancho de la Placa	96
5.4. Resumen del Capítulo	97

Capítulo VI

6. LOCALIZACIÓN DEL DAÑO ASOCIADO A CONCENTRACIÓN DE TENSIONES	99
6.1. Planteamiento del Problema	99
6.2. Modelo Numérico y Análisis de Sensibilidad de Malla	100
6.2.1. Descripción del Modelo Numérico	100
6.2.2. Análisis de Sensibilidad de la Malla	101
6.3. Influencia del Radio del Agujero en la Evolución del Daño	102
6.3.1. Fuerza Aplicada sobre el laminado	103
6.3.2. Evolución del Factor de Concentración de Tensiones en laminados con agujero	103
6.3.3. Evolución de la Densidad de Fisuras en las Láminas a 90°	105
6.3.4. Evolución de la Tensión Longitudinal en las Láminas a 0°	109
6.3.5. Evolución del Daño Longitudinal en las Láminas a 0°	111
6.4. Resumen del Capítulo	111

Capítulo VII

7. VALIDACIÓN DEL MODELO DDM	113
7.1. Introducción	113
7.2. Descripción del Problema	113
7.2.1. Laminados seleccionados para la validación	113

7.2.2. Modelización Numérica y Criterios de Fallo Utilizados	115
7.3. Resultados y Validación.....	117
7.4. Resumen del Capítulo	122

Capítulo VIII

8. EFECTO DE LA SECUENCIA DE APILAMIENTO EN LA EVOLUCIÓN DEL DAÑO DE LAMINADOS CON AGUJERO	123
8.1.Introducción	123
8.2.Descripción del Problema y Modelo Numérico.....	123
8.3. Resultados.....	124
8.3.1. Influencia del Espesor del Cluster.....	125
8.3.2. Influencia de la Localización del Cluster.....	129
8.3.3. Efecto simultáneo de la Posición y el Espesor del Cluster.....	134
8.4. Resumen del Capítulo	145

Capítulo IX

9. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS	147
9.1.Resumen y Conclusiones	147
9.2.Trabajos Futuros	149
9.3.Difusión de Resultados	150

Chapter IX

9. CONCLUSIONS AND FUTURE WORKS	153
9.1.Abstract and Conclusions	153
9.2.Future Works	155
9.3.Results Dissemination	156

Índice de Figuras

Figura 1.1. Evolución del porcentaje en peso de materiales compuestos utilizado en la industria aeroespacial en las últimas décadas [1]	1
Figura 1.2. Porcentaje de materiales utilizados en el Boeing 787 [2]	2
Figura 1.3. Porcentaje de materiales utilizados en el Airbus 350 XWB [3]	2
Figura 1.4. Ensamblaje de componentes estructurales del Airbus A380 [4]	2
Figura 1.5. (a) Remaches para la unión de distintos elementos estructurales [21] y (b) Zonas de acceso en el fuselaje del Airbus A380 [22]	3
Figura 2.1. Mecanismos de fallo en laminados de material compuesto. a) Rotura de fibras, b) pandeo de fibras, c) despegue fibra-matriz, d) agrietamiento de la matriz y e) delaminación [26]	11
Figura 2.2. Clasificación del daño a nivel mesoscópico y mecanismos de fallo que controlan cada uno de los tipos de daño	12
Figura 2.3. Distribución de tensiones a las que se encuentra sometida una fibra rota y una fibra sin romper ante un estado tensional de tracción [79]	13
Figura 2.4. Proceso de rotura de una lámina debido a la rotura de fibras a tracción [79]	14
Figura 2.5. Micropandeo de las fibras de un laminado [81]	14
Figura 2.6. Fallo a cortante de las fibras sometidas a una carga a compresión [79, 81]	14
Figura 2.7.- Detalle del agrietamiento de la matriz de un laminado [82]	15
Figura 2.8. Despegue fibra matriz [81]	16
Figura 2.9. Detalle de “fiber pullout” en un material compuesto [81]	16
Figura 2.10. Representación esquemática de la prueba pull-out de monofilamentos [82]	17
Figura 2.11. Delaminación producida en un laminado de material compuesto [83]	17
Figura 2.12.- Diferentes mecanismos de fallo encontrados sobre un laminado de material compuesto. 17	
Figura 2.13.- Modos de deformación de un sólido fisurado. a) De tracción o modo I, b) de cortadura o modo II y c) antiplano o modo III [27]	21
Figura 2.14. Distribución de tensiones sobre un laminado con agujero sometido a un estado de tracción uniaxial [36]	27
Figura 2.15. Factor de Concentración de Tensiones (K_t) en función de su relación geométrica diámetro/ancho (a/w) y su relación longitud/ancho (L/w) [140]	28
Figura 2.16. Distribución de tensiones cerca del agujero en una placa infinita [34]	32

Figura 3.1. Distribución de tensiones normales alrededor de un agujero circular en una placa ortótropa de ancho infinito [34].....	36
Figura 3.2. Distribución de tensiones cerca del agujero en una placa infinita. a) criterio de tensión puntual (PSC), y b) criterio de tensión promedia (ASC) [34].....	41
Figura 3.3. Geometría de las probetas. (a) Sin agujero, (b) Con agujero y (c) Ejemplo de cada una de las probetas ensayadas (de arriba abajo: sin agujero, D = 6mm, D = 8mm y D = 10mm)	46
Figura 3.4. Máquina universal Instron 8516.....	47
Figura 3.5. Equipo C-Scan utilizado para la inspección ultrasónica de las probetas.....	48
Figura 3.6. Señal recibida por el sistema de inspección ultrasónico C-Scan sin probeta	48
Figura 3.7. Señal recibida por el sistema de inspección ultrasónico C-Scan para una probeta sin daño..	49
Figura 3.8. Señal recibida por el sistema de inspección ultrasónico C-Scan para una probeta con daño	49
Figura 3.9. (a) Inspección C-Scan de las probetas con diámetro D = 10mm y (b) Imágenes C-Scan tras el mecanizado (de arriba abajo: sin agujero, D = 6mm, D = 8mm y D = 10mm).....	50
Figura 3.10. Obtención gráfica de las distancias características \hat{d}_0 y \hat{a}_0 (PSC y ASC respectivamente) para el laminado L1. (a) L1-1, (b) L1-2 y (c) L1-3	53
Figura 3.11. Obtención gráfica de las distancias características \hat{d}_0 y \hat{a}_0 (PSC y ASC respectivamente) para el laminado L2. (a) L2-1, (b) L2-2, (c) L2-3, (d) L2-4, (e) L2-5, y (f) L2-6.....	54
Figura 3.12. Obtención gráfica de las distancias características \hat{d}_0 y \hat{a}_0 (PSC y ASC respectivamente) para el laminado L3. (a) L3-2, (b) L3-3, (c) L3-4 y (d) L3-5	55
Figura 3.13. Obtención gráfica de las distancias características \hat{d}_0 y \hat{a}_0 (PSC y ASC respectivamente) para el laminado L4. (a) L4-1, (b) L4-2, (c) L4-3, (d) L4-4 y (e) L4-5	56
Figura 3.14. Obtención gráfica de las distancias características \hat{d}_0 y \hat{a}_0 (PSC y ASC respectivamente) para el laminado L5. (a) L5-1, (b) L5-2, (c) L5-3 y (d) L5-4	57
Figura 3.15. Curva de ajuste para obtener \hat{d}_0 y \hat{a}_0 en función del parámetro geométrico η para: (a) Laminado L1, (b) Laminado L2, (c) Laminado L3, (d) Laminado L4 y (e) Laminado L5.....	60
Figura 3.16. Tensión de rotura experimental, obtenida con PSC y con ASC en función del parámetro geométrico η para los laminados: (a) L1, (b) L2, (c) L3, (d) L4 y (e) L5.....	61
Figura 3.17. Curvas de nivel para el factor de concentración de tensiones K_e utilizando PSC.....	64
Figura 3.18. Curvas de nivel para el factor de concentración de tensiones K_e utilizando ASC	65
Figura 3.19. Curvas de nivel para la tensión de rotura σ_N utilizando PSC.....	65
Figura 3.20. Curvas de nivel para la tensión de rotura σ_N utilizando ASC	66
Figura 4.1. Geometría representativa de una grieta en el interior de una lámina [57].....	71
Figura 4.2. Elemento de volumen representativo (RVE) en las coordenadas de la lámina k (dañada) [163].....	72
Figura 4.3. Condiciones de contorno sobre el RVE	78
Figura 5.1. Esquema del problema a estudiar, donde $\lambda_i = (0.045, 0.09 \text{ y } 0.135) \text{ mm}^{-1}$ es un defecto inicial centrado en las láminas a 90° del laminado $[0/90_8/0/90_8/0]$	88
Figura 5.2. Geometría y condiciones de contorno del modelo	89

Figura 5.3. Esquema de las simulaciones realizadas para estudiar la localización del daño asociada a un defecto inicial	89
Figura 5.4. Mallas utilizadas para el análisis de sensibilidad de malla. (a) 625 elementos, (b) 2601 elementos y (c) 10201 elementos. Elemento dañado en color rojo	90
Figura 5.5. Análisis de sensibilidad de la malla para un daño inicial centrado. Respuesta fuerza-desplazamiento	90
Figura 5.6. Evolución de la fuerza aplicada en el laminado para diferentes valores de densidad de fisura inicial $\lambda_1 = 0.045 \text{ mm}^{-1}$, $\lambda_2 = 0.09 \text{ mm}^{-1}$ y $\lambda_3 = 0.135 \text{ mm}^{-1}$	91
Figura 5.7. Evolución de la densidad de fisura en el elemento dañado para $\lambda_1 = 0.045 \text{ mm}^{-1}$, $\lambda_2 = 0.09 \text{ mm}^{-1}$ y $\lambda_3 = 0.135 \text{ mm}^{-1}$	92
Figura 5.8. Numeración de los elementos a estudiar a lo largo del ancho de la placa para una densidad de fisura inicial $\lambda = 0.09 \text{ mm}^{-1}$ aplicada sobre el elemento 1 (color rojo) de la placa	93
Figura 5.9. Evolución de λ en las láminas a 90° a lo largo del ancho de la placa cuando se aplica un valor inicial de $\lambda = 0.09 \text{ mm}^{-1}$ en el elemento 1. (a) Curva completa (b) Curva hasta una deformación del 0.64%	94
Figura 5.10. Evolución de la densidad de fisura en las láminas a 90° (SDV10) con la deformación, cuando se aplica un valor inicial de densidad de fisura $\lambda = 0.09 \text{ mm}^{-1}$ en el centro de la placa	95
Figura 5.11. Evolución del daño en dirección de las fibras en las láminas a 0° para distintos elementos a lo largo del ancho de la placa para una densidad de fisura inicial de $\lambda = 0.09 \text{ mm}^{-1}$	96
Figura 5.12. Evolución de la tensión en dirección de las fibras en las láminas a 0° para distintos elementos a lo largo del ancho de la placa cuando se aplica una densidad de fisura inicial en el elemento 1 (elemento dañado) de $\lambda = 0.09 \text{ mm}^{-1}$	97
Figura 6.1. Esquema del problema a estudiar. Secuencia de apilamiento $[0/90_8/0/90_8/0]$	100
Figura 6.2. Esquema del problema a estudiar, donde R_i es el radio del agujero	100
Figura 6.3. Geometría y condiciones de contorno del modelo	101
Figura 6.4. Esquema de las simulaciones realizadas para estudiar la localización del daño asociado a concentración de tensiones	101
Figura 6.5. Mallas utilizadas para el análisis de sensibilidad de malla de una placa con agujero de radio $R_2 = 1.75 \text{ mm}$. (a) 848 elementos, (b) 2264 elementos y (c) 5296 elementos	102
Figura 6.6. Análisis de sensibilidad de la malla para una placa con agujero $R_2 = 1.75 \text{ mm}$	102
Figura 6.7. Evolución de la fuerza aplicada sobre el laminado para los distintos radios de estudio R_1, R_2, R_3 y R_4	103
Figura 6.8. Evolución del factor de concentración de tensiones máximo K_{\max} para distintos radios mostrando los cinco puntos de interés de la curva	104
Figura 6.9. Evolución del factor de concentración de tensiones K para los cuatro radios de agujero de estudio a lo largo del eje 'y' de la placa. (a) punto1: laminado sin dañar, (b) punto 3: lugar donde K_{\max} es mínimo y (c) punto 5: laminado dañado	105
Figura 6.10. Evolución de la densidad de fisura del nodo situado en el borde del agujero de las láminas a 90° para distintos radios	106

Figura 6.11. Evolución de la densidad de fisura en las láminas a 90° para los distintos radios de estudio ($R_1 = 1$ mm, $R_2 = 1.75$ mm, $R_3 = 2.5$ mm y $R_4 = 5$ mm, de arriba hacia abajo) sobre los cinco puntos mostrados en la figura 5.8: (a) punto 1, (b) punto 2, (c) punto 3, (d) punto 4 y (e) punto 5	108
Figura 6.12. Evolución de la tensión longitudinal en las láminas a 0° para el elemento situado en el borde del agujero utilizando distintos radios.....	109
Figura 6.13. Evolución de la densidad de fisura en las láminas a 90° para los distintos radios de estudio ($R_1 = 1$ mm, $R_2 = 1.75$ mm, $R_3 = 2.5$ mm y $R_4 = 5$ mm, de arriba hacia abajo) sobre los cinco puntos mostrados en la figura 5.8: (a) punto 1, (b) punto 2, (c) punto 3, (d) punto 4 y (e) punto 5	110
Figura 6.14. Evolución del daño longitudinal en las láminas a 0° para el elemento situado en el borde del agujero utilizando distintos radios	111
Figura 7.1. Discretización de (a) Laminado sin agujero y (b) Laminado con agujero	116
Figura 7.2. Definición de los criterios utilizados para estimar la carga de rotura de un laminado.....	117
Figura 7.3. Imágenes de las probetas del laminado L21. (a) Fotografía tras el ensayo y (b) Imágenes C-Scan tras el ensayo.....	119
Figura 7.4. Explicación gráfica del efecto de borde libre sobre un laminado [0/90/90/0].....	120
Figura 7.5. Imágenes C-Scan de los especímenes tras ser ensayados. (a) Probeta con agujero de diámetro $D = 6$ mm, (b) Probeta con agujero de diámetro $D = 8$ mm y (c) Probeta con agujero de diámetro $D = 10$ mm	120
Figura 7.6. Fotografía de la zona de rotura de una de las probetas analizadas con agujero.....	121
Figura 7.7. Comparación de las curvas numéricas y experimentales tensión-deformación para: a) CCF300/5228 [165], b) CCF300/5428 [165], c) T700/5428 [165] y d) T700/8911 [166]	122
Figura 8.1. Malla y geometría utilizada en la modelización numérica.....	124
Figura 8.2. Evolución de la densidad de fisuras en las láminas a 90° en el borde del agujero para ambos pares de laminados. (a) $[0_2/90_8]_s$ vs $[0/90_4]_{2s}$ y (b) $[0_2/90_{10}]_s$ vs $[0/90_5]_{2s}$	125
Figura 8.3. Curva carga aplicada-desplazamiento para los dos pares de laminados analizados. (a) $[0_2/90_8]_s$ vs $[0/90_4]_{2s}$ y (b) $[0_2/90_{10}]_s$ vs $[0/90_5]_{2s}$	126
Figura 8.4. Evolución de la tensión longitudinal en las láminas a 0° en el borde del agujero para ambos pares de laminados. (a) $[0_2/90_8]_s$ vs $[0/90_4]_{2s}$ y (b) $[0_2/90_{10}]_s$ vs $[0/90_5]_{2s}$	127
Figura 8.5. Comparación entre los laminados $[0_2/90_{10}]_s$ and $[90_5/0]_{2s}$. (a) Densidad de fisuras en las láminas a 90°. De izquierda a derecha: cluster de 20, 10 y 5 láminas a 90°, (b) Densidad de fisuras en las láminas a 0°. De izquierda a derecha: cluster de 2 y 1 láminas a 0°, (c) Tensión longitudinal en las láminas a 0° y, (d) Tensión longitudinal en las láminas a 90°	128
Figura 8.6. Evolución de la densidad de fisuras en las láminas a 90° en el borde del agujero para los laminados: (a) $[90_2/0]_{2s}$, (b) $[90_3/0]_{2s}$, (c) $[90_4/0]_{2s}$, (d) $[90_5/0]_{2s}$, (e) $[90_6/0]_{2s}$ y (f) $[90_7/0]_{2s}$	130
Figura 8.7. Evolución de la densidad de fisuras en las láminas a 90° en el borde del agujero para los laminados: (a) $[0/90_2/0]_{2s}$, (b) $[0/90_3/0]_{2s}$, (c) $[0/90_4/0]_{2s}$, (d) $[0/90_5/0]_{2s}$, (e) $[0/90_6/0]_{2s}$ y (f) $[0/90_7/0]_{2s}$	131

Figura 8.8. Densidad de fisuras para una carga aplicada que corresponde al fallo del laminado. Imágenes de la izquierda (clusters externos a 90°) e imágenes de la derecha (clusters internos a 90°). Laminados: (a) $[90_2/0]_{2s}$, (b) $[90_3/0]_{2s}$, (c) $[90_4/0]_{2s}$, (d) $[90_5/0]_{2s}$, (e) $[90_6/0]_{2s}$ y (f) $[90_7/0]_{2s}$	132
Figura 8.9. Densidad de fisuras para una carga aplicada que corresponde al fallo del laminado. Imágenes de la izquierda (clusters externos a 90°) e imágenes de la derecha (clusters internos a 90°). Laminados: (a) $[0/90_2/0]_{2s}$, (b) $[0/90_3/0]_{2s}$, (c) $[0/90_4/0]_{2s}$, (d) $[0/90_5/0]_{2s}$, (e) $[0/90_6/0]_{2s}$ y (f) $[0/90_7/0]_{2s}$	133
Figura 8.10. Carga aplicada vs Desplazamiento para los dos grupos de laminados (a) $[90_i/0]_{2s}$ y (b) $[0/90_i/0]_{2s}$	134
Figura 8.11. Laminados inversos. (a) Grieta en un agrupamiento de láminas a 90° situado en la superficie, y (b) grieta en un agrupamiento de láminas a 90° situadas en el interior del laminado	135
Figura 8.12. Evolución de la densidad de fisuras en las láminas a 90° en el nodo situado en el borde del agujero para los pares simétricos de laminados del grupo E	136
Figura 8.13. Evolución de la densidad de fisuras en las láminas a 90° en el nodo situado en el borde del agujero para los pares simétricos de laminados del grupo F	137
Figura 8.14. Evolución de la densidad de fisuras en las láminas a 90° en el nodo situado en el borde del agujero para los pares simétricos de laminados del grupo G	138
Figura 8.15. Curva carga aplicada-desplazamiento para los pares simétricos de laminados del grupo E	139
Figura 8.16. Curva carga aplicada - desplazamiento para los pares simétricos de laminados del grupo F	140
Figura 8.17. Curva carga aplicada - desplazamiento para los pares simétricos de laminados del grupo G	141
Figura 8.18. Evolución de la tensión longitudinal en las láminas a 0° en el nodo situado en el borde del agujero para los pares simétricos de laminados del grupo E	142
Figura 8.19. Evolución de la tensión longitudinal en las láminas a 0° en el nodo situado en el borde del agujero para los pares simétricos de laminados del grupo E	143
Figura 8.20. Evolución de la tensión longitudinal en las láminas a 0° en el nodo situado en el borde del agujero para los pares simétricos de laminados del grupo E	144
Figura 8.21. Comparación entre los laminados $[0/90_4]_s$ y $[90_4/0]_s$ para una deformación aplicada que produce la rotura del laminado. a) Contorno de la densidad de fisuras en las láminas a 90° b) Tensión longitudinal en las láminas a 0° y c) Tensión longitudinal en las láminas a 90°	145

Índice de Tablas

Tabla 3.1. Propiedades mecánicas del AS4/3501-6 [13]	50
Tabla 3.2. Resultados experimentales para cada una de las geometrías ensayadas	51
Tabla 3.3. Resistencia mecánica a tracción del laminado sin agujero	51
Tabla 3.4. Geometría y tensión de rotura σ_N de cada uno de los laminados con agujero	51
Tabla 3.5. Propiedades mecánicas y espesor de lámina del AS4/3502 [72]	51
Tabla 3.6. Resistencia mecánica a tracción (del laminado sin agujero) y nomenclatura de cada uno de los laminados estudiados del AS4/3502 [72]	52
Tabla 3.7. Datos de interés de cada uno de los laminados estudiados [72]	52
Tabla 3.8. Resultados de \hat{d}_0 y \hat{a}_0 obtenidos gráficamente para cada laminado	58
Tabla 3.9. Parámetros para la curva de ajuste polinómica $\hat{d}_0 = a \cdot \eta^2 + b \cdot \eta + c$	59
Tabla 3.10. Parámetros para la curva de ajuste polinómica $\hat{a}_0 = a \cdot \eta^2 + b \cdot \eta + c$	59
Tabla 3.11. Tensiones de rotura: experimental, criterio PSC y criterio ASC	62
Tabla 3.12. Tensiones de rotura: experimental y criterio PSC asumiendo $d_0 = 1$ y $d_0 = 2$	63
Tabla 3.13. Tensiones de rotura: experimental y criterio ASC asumiendo $a_0 = 2.5$ y $a_0 = 5$	63
Tabla 4.1. Propiedades del laminado necesarias para la implementación del modelo DDM	84
Tabla 4.2. Propiedades de cada lámina necesarias para la implementación del modelo DDM	84
Tabla 4.3. Variables de estado (SDV) para la lámina número k	84
Tabla 5.1. Propiedades del Material HyE 9082Af, Fiberite [112]	88
Tabla 7.1. Datos experimentales de la literatura científica para laminados sin agujero	114
Tabla 7.2. Datos experimentales de la literatura científica para laminados con agujero	114
Tabla 7.3. Datos experimentales obtenidos en la presente Tesis Doctoral	114
Tabla 7.4. Propiedades de los materiales compuestos analizados I	115
Tabla 7.5. Propiedades de los materiales compuestos analizados II	115
Tabla 7.6. Tensión de rotura experimental y numérica para los laminados sin agujero seleccionados de la literatura científica	117
Tabla 7.7. Tensión de rotura experimental y numérica (criterio de diseño, criterio local y criterio macro) para los laminados con agujero seleccionados de la literatura científica	118
Tabla 7.8. Tensión de rotura experimental y numérica de los ensayos experimentales realizados en la presente Tesis Doctoral	119

Tabla 7.9. Rigidez numérica y experimental correspondientes a las curvas tensión-deformación representadas en la figura 7.7	121
Tabla 8.1. Propiedades mecánicas del T300/1034-C [23, 45, 109]	124

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

Desde finales del siglo pasado, el uso de estructuras de material compuesto ha crecido muy rápidamente. Este incremento se ha visto impulsado principalmente por la industria aeronáutica y aeroespacial, figura 1.1, debido a la necesidad de obtener estructuras cada vez más ligeras a la vez que resistentes. Las excelentes propiedades mecánicas y la baja densidad de este tipo de materiales se ve reflejado en una reducción del peso del elemento estructural, lo que supone un ahorro de combustible y por lo tanto una mejora económica y medioambiental. Por este motivo, su utilización se ha extendido a otros sectores como el naval, el energético, el automovilístico o el deporte de alta competición entre otros.

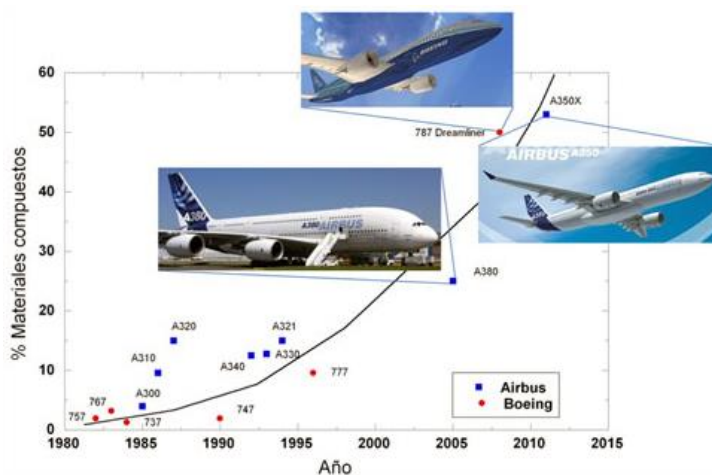


Figura 1.1. Evolución del porcentaje en peso de materiales compuestos utilizado en la industria aeroespacial en las últimas décadas [1].

En la última década, aviones como el Airbus A350 o el Boeing 787 han aumentado la utilización de materiales compuestos en sus componentes estructurales con respecto a sus antecesores, con un porcentaje en peso de material compuesto del 50%, tal y como se muestra en las figuras 1.2 y 1.3.

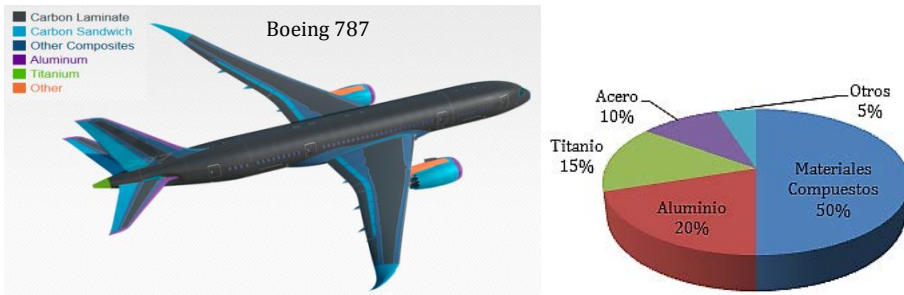


Figura 1.2. Porcentaje de materiales utilizados en el Boeing 787 [2].

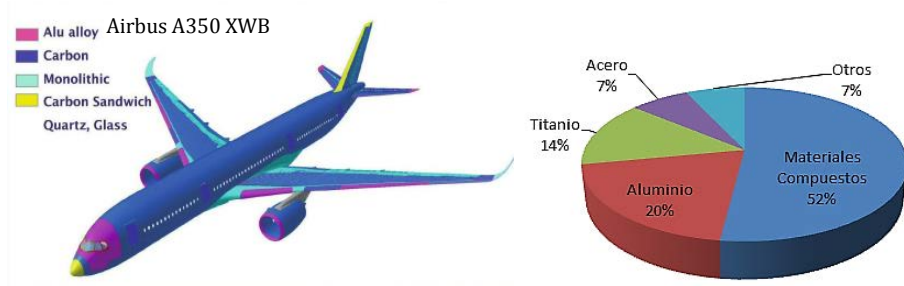


Figura 1.3. Porcentaje de materiales utilizados en el Airbus 350 XWB [3].

Las estructuras fabricadas con laminados de material compuesto no son piezas monolíticas, sino que están formadas por un gran número de elementos de diferentes geometrías, como por ejemplo el fuselaje de un avión (figura 1.4). Para su montaje suelen ser necesarios distintos tipos de uniones, tales como uniones mecánicas, adhesivas o soldadas. Por motivos de implementación, seguridad y mantenimiento, la unión mecánica es la más empleada, utilizando para su unión remaches, pasadores o tornillos (figura 1.5.a), por ejemplo, la estructura del ala del Airbus A380 posee cerca de 750.000 uniones mecánicas.



Figura 1.4. Ensamblaje de componentes estructurales del Airbus A380 [4].

La necesidad de fabricar una estructura mediante la unión de varios elementos, o de introducir aberturas en zonas de acceso (puertas, ventanas, etc.), obliga a la realización de orificios en la estructura (figura 1.5). La presencia de irregularidades en la geometría de una pieza estructural, tales como orificios, entallas o cambios bruscos de sección, producen una alteración significativa en la distribución de las tensiones en las cercanías de la discontinuidad, fenómeno conocido como concentración de tensiones.

El estudio de la concentración de tensiones asociada a discontinuidades tipo agujero, es un tema de suma importancia en estructuras fabricadas con laminados de material compuesto, dado que el fallo del componente se produce a una tensión inferior a la tensión de rotura cuando no existe la discontinuidad. La heterogeneidad, anisotropía y fragilidad de los materiales compuestos introducen un grado de complejidad muy alto en el análisis de este tipo de problemas en comparación con los materiales empleados tradicionalmente en componentes estructurales, especialmente por la gran cantidad de modos de fallo que pueden presentar. Por este motivo, este es un tema que ha recibido mucha atención y continúa presente en la literatura científica, habiéndose analizado la reducción de resistencia y la evolución del daño en laminados en los que existe un agujero [5-20].

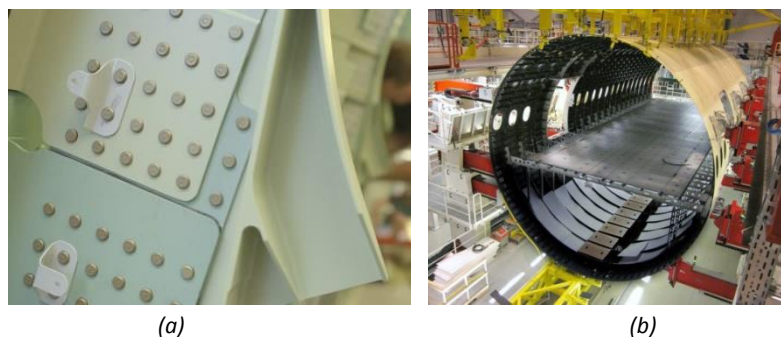


Figura 1.5. (a) Remaches para la unión de distintos elementos estructurales [21] y (b) Zonas de acceso en el fuselaje del Airbus A380 [22].

Entre los mecanismos de fallo que pueden aparecer en un laminado de material compuesto se encuentran: la rotura de fibras, el agrietamiento de la matriz, la delaminación o el despegue fibra-matriz. Debido a la concentración de tensiones asociada a la presencia de un agujero en un laminado puede aparecer una combinación de varios modos de fallo a nivel microestructural [23, 24]. Como consecuencia de estos deterioros microestructurales, a nivel macroscópico existe una degradación de la rigidez y de la resistencia mecánica del laminado [25-32].

La resistencia de un laminado con agujero depende de un gran número de variables como: las propiedades del material, la geometría, el espesor de la secuencia de apilamiento, el tamaño de la probeta, el diámetro del agujero, la orientación de las láminas y la calidad del mecanizado [33-35]. Todas estas variables afectan a las propiedades mecánicas del laminado modificando la extensión del daño durante el proceso de carga. De entre las variables mencionadas, el espesor del laminado, el tamaño de la probeta así como la relación entre el radio del agujero y el ancho del laminado, han sido estudiados por diversos autores [10, 33, 35, 36-43].

La relación radio-ancho es un parámetro que influye directamente en la rigidez de laminados con agujero. En el caso de laminados delgados, la rigidez y resistencia disminuyen al aumentar el diámetro del agujero [33, 35, 36-42], mientras que para laminados gruesos con agujero, un incremento en las dimensiones de la probeta resulta en un incremento de su resistencia [40].

El efecto de utilizar distintas secuencias de apilamiento en laminados con agujero, se ve reflejado en una modificación de la resistencia y el modo de fallo de este. En ocasiones, es necesario recurrir a laminados que presenten agrupamientos de láminas con la misma orientación, o de sublaminados para cumplir los requisitos estructurales [43]. El espesor de un laminado puede modificarse mediante el agrupamiento de láminas o sublaminados, también denominado ‘*ply-level scaling*’ y ‘*sublamine-level scaling*’ respectivamente. Hallet et al. [10] y Green et al. [35] analizaron ambos efectos sobre laminados cuasi isótropos, observando fallo por rotura de fibras y delaminación en la mayoría de los laminados con agrupamiento de láminas y principalmente rotura de fibras en los laminados con agrupamiento de sublaminados. Además, observaron una disminución en la resistencia a medida que el diámetro del agujero aumentaba, excepto para laminados con agrupamiento de láminas.

Aunque son muchos los autores que han evaluado la dependencia de distintas variables en la resistencia de laminados con agujero, la mayoría lo han hecho mediante procesos experimentales, los cuales son costosos y en ocasiones difíciles de realizar, o mediante modelos basados en la Mecánica del Daño Continuo. Estos estudios no han profundizado lo suficiente en la evolución del daño a nivel mesoscópico, en especial no se han encontrado estudios de laminados con agujero empleando modelos de la Mecánica del Daño Discreto.

La sensibilidad de un laminado ante la presencia de agujeros está gobernada en gran parte por las propiedades de la matriz, aunque en ocasiones también se ha observado un efecto de las propiedades de la fibra [13], o la aparición de tensiones interlaminares cerca del agujero que provocan la aparición de modos de fallo como la delaminación. De entre todos los mecanismos de fallo que pueden producirse, el agrietamiento de la matriz es, generalmente, el primer modo de fallo en aparecer bajo cargas en el plano [25, 44]. Aunque éste no es un modo de fallo catastrófico, su presencia lleva asociada la iniciación de otros modos de fallo como la delaminación, la separación fibra-matriz o la rotura de las fibras, que generalmente pueden conducir a la rotura catastrófica del elemento estructural [34, 45, 46]. Adicionalmente, la aparición de fisuras en la matriz produce una reducción de las propiedades mecánicas y una redistribución de tensiones hacia las láminas adyacentes [25, 44]. Por esto, la predicción del inicio y propagación del agrietamiento de la matriz en un laminado es un tema de gran importancia en la actualidad.

Varios autores [47-54] han observado que el agrietamiento de la matriz se produce normalmente cuando se aplican cargas en el plano en dirección perpendicular a la dirección de las fibras. Por ejemplo, una carga unidireccional aplicada sobre un laminado cruzado (láminas orientadas a 0° y 90°) produce el agrietamiento de la matriz de las láminas orientadas a 90°, cuando la carga se encuentra aplicada en la dirección de las fibras a 0° [47-51, 55]. Varna et al. [52] analizaron experimentalmente laminados equilibrados $[0/\pm\theta_4/0_{1/2}]_S$ y observaron que las fisuras en la matriz aparecían para ángulos pequeños, de $\theta = 40^\circ$. Yokozeki et al. [53, 54] también observaron agrietamiento de la matriz para láminas orientadas hasta un ángulo de 30° en laminados no equilibrados $[0/\theta/90]_S$. Asimismo, se ha mostrado que el agrietamiento de la matriz puede originar nuevas grietas en láminas adyacentes [47, 48] y en varias direcciones [56]. Todos estos estudios analizan la evolución del daño mediante la respuesta global del laminado, sin analizar el problema a nivel mesoscópico. Para conocer en detalle el proceso de evolución del daño del laminado, es imprescindible emplear modelos que permitan el estudio de la evolución del daño en el interior de cada lámina individual.

Existen tres tipos de metodologías con las que se puede abordar el estudio de la evolución del daño en un laminado con agujero. La primera metodología es el análisis experimental, que siempre resulta necesario para poder entender el problema a estudiar, aunque en la mayoría de ocasiones resulta difícil y costoso de realizar. La segunda metodología, se lleva a cabo mediante modelos simplificados, los cuales permiten entender la física del problema estudiado y obtener una aproximación razonable de la carga de rotura. Son muchos los modelos simplificados que tratan de predecir la distribución de tensiones alrededor de diversas discontinuidades en materiales anisótropos [20, 57-64]. Uno de los modelos más utilizado para predecir la tensión de rotura de laminados con agujero circular centrado es el modelo de Whitney y Nuismer [59, 60]. Este modelo requiere definir unas distancias características. Algunos autores consideran estas distancias características como valores constantes independientes de la geometría [20, 57, 59, 60], mientras que otros consideran que dependen del radio del agujero [34, 65-67]. Para poder emplear el modelo de Whitney y Nuismer como herramienta predictiva, es crucial definir estas distancias, definiendo claramente los parámetros de los que dependen. No obstante, se ha demostrado que el rango de aplicación de dicho modelo depende del intervalo de valores de ancho de la placa y radio del agujero seleccionados durante la realización de los ensayos experimentales.

Por último están los modelos detallados, necesarios cuando el desarrollo del problema es muy complejo y no es suficiente con abordarlo de manera simplificada. Esta última metodología suele llevarse a cabo mediante modelos numéricos. El gran inconveniente de estos modelos, es su mayor coste computacional, y la necesidad de que el usuario tenga un alto conocimiento del problema a estudiar para poder realizar las hipótesis simplificativas oportunas, y que sea capaz de interpretar los resultados obtenidos.

En el desarrollo de la presente Tesis Doctoral se ha abordado el problema planteado mediante la combinación de estas tres metodologías.

Existen multitud de modelos en la literatura científica capaces de predecir el inicio y la evolución del daño (a nivel microestructural) de laminados de material compuesto, tales como los criterios de fallo basado en tensiones, la Mecánica de la Fractura, o la Mecánica del Daño. Cada metodología presenta ciertas limitaciones, por ejemplo, los criterios de fallo basados en tensiones proporcionan información sobre la iniciación del fallo pero no sobre su evolución. Además, necesitan valores experimentales de la resistencia transversal y a cortadura de la lámina, valores que dependen del espesor de la lámina y de la secuencia de apilamiento. En su lugar, se proponen propiedades *in-situ*, pero incluso estos valores deben obtenerse de forma experimental. Dentro de los criterios basados en tensiones los más utilizados son: el de Hashin [68], el de Tsai-Hill [69], el de Tsai-Wu [70] o el de Chang-Chang [71] entre otros.

En cuanto a los modelos de daño basados en la Mecánica de la Fractura, cabe destacar que su principal aplicación consiste en explicar y predecir la rotura de materiales frágiles en los que la rotura aparece en presencia de muy poca plasticidad. Por ello, aunque este tipo de criterios no se usa habitualmente para la mayoría de los mecanismos de fallo de un laminado, ha sido aplicado con éxito al estudio de la delaminación y pérdida de adherencia [27]. Con esta metodología no se puede caracterizar la iniciación del daño, pero sí su evolución y propagación. De entre los criterios de daño basados en la Mecánica de la Fractura destacan: el criterio de rotura de Hahn [72] y el criterio de rotura de Tan [72], utilizados para predecir la delaminación de un laminado. Para el caso concreto de laminados con agujero, los modelos de Waddoups [61], Mar-Lin [62] y Eriksson y Aronsson [74] también están basados en la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal, y se utilizan para predecir la tensión de rotura de laminados con agujero. Una de las limitaciones de esta metodología es que exige la presencia de una fisura.

La tercera metodología con la que se puede modelizar el fallo de materiales compuestos es la Mecánica del Daño. Esta metodología introduce un parámetro de daño para representar la degradación de las propiedades del laminado [27]. Debido a la complicada naturaleza de los laminados, el inicio del daño no siempre produce el fallo último, y es necesario tener en cuenta una disminución de sus propiedades mecánicas (en especial su rigidez) provocadas por una evolución del daño, para así poder predecir de forma precisa el fallo del laminado. Dentro de la Mecánica del Daño se distinguen dos metodologías, la Mecánica del Daño Continuo (CDM) y la Mecánica del Daño Discreto (DDM).

La Mecánica del Daño Continuo (CDM) es una excelente metodología con la que poder adquirir información sobre la iniciación y evolución del daño de laminados de material compuesto [75]. Los modelos CDM tienen en cuenta, de manera indirecta, todos los mecanismos de fallo (a nivel microscópico) que pueden aparecer en un laminado mediante su efecto a nivel mesoscópico (a nivel lámina) del laminado. Es decir, el modelo calcula la degradación de las propiedades mecánicas en las láminas y en el laminado en términos de una variable de daño continua. Esta variable de daño es un valor no medible experimentalmente que varía entre 0 y 1, correspondiendo el valor 0 a un estado intacto y el valor 1 a un estado de rotura local [76]. La evolución del daño se predice en términos de ecuaciones empíricas de endurecimiento definidas en términos de parámetros adicionales, tales como el exponente de endurecimiento utilizado en la plasticidad de metales [76]. Una desventaja de los modelos CDM, es la dificultad para obtener los parámetros del material mediante ensayos experimentales [25, 44], lo cual puede solventarse mediante la utilización de otras técnicas como la Mecánica de la Fractura o las propiedades in-situ del material. Otra desventaja de este tipo de metodología es su dependencia con el tamaño de malla al utilizarse en combinación con el Método de los Elementos Finitos. Para solucionar este último problema, normalmente se utiliza una longitud característica.

Una alternativa a estas metodologías es la Mecánica del Daño Discreto (DDM), la cual se refiere a modelos constitutivos de daño micromecánico que son capaces de predecir la iniciación y evolución del daño de cada una de las láminas del laminado en función de la densidad de fisuras del laminado (variable de estado del problema). De entre los modelos basados en esta metodología, el propuesto por Barbero y Cortes [25] proporciona una buena estimación de la iniciación de fisuras en cualquier lámina, así como su evolución, la reducción de rigidez y la redistribución de tensiones. Una de las limitaciones de este modelo es que únicamente considera el mecanismo de fallo por rotura de matriz, por lo que el modelo no es capaz de predecir la carga de rotura de un laminado. Aunque el modelo DDM ha sido validado considerando la evolución de las fisuras en la matriz, no ha sido validado de forma extensa en términos de la tensión última de rotura del laminado con diferentes materiales, secuencias de apilamiento y geometrías. Además no se tiene información sobre su capacidad de localizar el daño en un problema en el que el campo tensional no es uniforme y en los que se emplea la técnica de los Elementos Finitos.

1.2. Objetivos

El **objetivo global** de esta Tesis Doctoral consiste en analizar los efectos de la concentración de tensiones asociados a la presencia de un agujero sobre la carga de rotura y la progresión del daño de laminados sometidos a cargas en su plano, empleando para ello tanto modelos simplificados basados en criterios tensionales, como modelos detallados basados en la Mecánica del Daño Discreto. Para alcanzar este objetivo global se han planteado los siguientes objetivos parciales.

1. Evaluar la carga de rotura de laminados con agujero mediante modelos simplificados. En concreto, en esta Tesis se plantea estudiar la viabilidad de emplear el modelo propuesto por Whitney y Nuismer como herramientas predictiva de diseño. Para ello se plantean las siguientes tareas:
 - Estudiar y analizar el modelo de Whitney y Nuismer evaluando los parámetros más relevantes que afectan a la carga de rotura mediante un proceso de adimensionalización de las ecuaciones.
 - Realizar ensayos experimentales de tracción uniaxial sobre laminados, con y sin agujero, de distintas geometrías y obtener su tensión de rotura con objeto de disponer de datos con los que aplicar el modelo.
 - Desarrollar un procedimiento capaz de estimar los parámetros del modelo (distancias características) a partir de resultados experimentales que permitan usar el mismo como una herramienta predictiva de la tensión de rotura de un laminado con agujero independientemente de la geometría del problema.
 - Generar curvas de diseño que permitan estimar de forma sencilla la tensión de rotura en función de la geometría del laminado (radio y ancho del laminado) para una secuencia de apilamiento específica.
2. Profundizar en el estudio de la rotura de laminados, empleando modelos más detallados, en particular analizando la evolución del daño. En esta Tesis se plantea aplicar el modelo basado en la Mecánica del Daño Discreto (DDM) propuesto por Barbero y Cortes junto con el Método de los Elementos Finitos. Para llevar a cabo este objetivo parcial es necesario:
 - Predecir la carga de rotura de un laminado, incorporando al modelo DDM un nuevo mecanismo de fallo que permita estimar la rotura de fibras. Para realizar esta tarea resulta imprescindible la colaboración del Profesor Ever J. Barbero.
 - Evaluar la capacidad del modelo DDM para localizar el daño asociado a concentradores de tensión, tales como un daño inicial o un agujero; y demostrar la independencia de los resultados con el tamaño de malla del modelo numérico
 - Validar el modelo DDM modificado con un amplio rango de resultados experimentales provenientes de la literatura científica y de ensayos de tracción realizados en el marco de esta Tesis, seleccionando un amplio rango de materiales, secuencias de apilamiento y geometrías.
 - Analizar el efecto de la posición y el espesor de distintos agrupamientos de láminas en la evolución del daño, en la carga de rotura y en la distribución de tensiones de laminados cruzados con agujero sometidos a carga de tracción uniaxial en el plano. Con este estudio, se analizará la evolución del daño del laminado a nivel lámina, estudio que hasta el momento, la mayoría de autores han realizado centrándose en la respuesta global del laminado y no a nivel lámina.

1.3. Aportaciones de la Tesis Doctoral

Como resultado de los trabajos realizados en el desarrollo de la presente Tesis Doctoral se han publicado un total de cuatro artículos científicos recogidos en revistas indexadas en el Journal Citation Report, todas ellas pertenecientes al primer cuartil de su categoría. Tres de los artículos recogen directamente las principales aportaciones de esta Tesis y en los cuales la autora de la presente Tesis figura en primer lugar de la lista de autores. El primero de ellos publicado en el año 2014 ha recibido un total de 11 citas hasta la fecha de redactar esta memoria. El cuarto artículo, también se encuentra dentro de la línea de investigación centrada en el estudio y modelización del daño en laminados y ha servido para comprender mejor algunos de los problemas analizados de la presente Tesis. Además, se han presentado nueve contribuciones a congresos científicos tanto nacionales (dos aportaciones) como internacionales (siete aportaciones), de las cuales seis incluyen resultados directos obtenidos en la presente Tesis Doctoral.

Como resultado del trabajo desarrollado en el transcurso de esta Tesis pueden enumerarse las siguientes aportaciones originales:

1. Adimensionalización del modelo de Whitney y Nuismer para determinar los grupos de parámetros adimensionales más relevantes que controlan la carga de rotura. Proponer fórmulas fenomenológicas en función de dichos grupos que permitan utilizar el modelo como una herramienta predictiva para estimar la carga de rotura de un laminado en función de su geometría.
2. Proposición de curvas maestras o de diseño para obtener la tensión de rotura de un laminado con agujero a partir de un pequeño número de resultados experimentales.
3. Incorporación del mecanismo de daño por rotura de fibras en el modelo DDM, aumentando así su rango de aplicación y proporcionándole mayor versatilidad. Esto ha sido posible gracias a la colaboración del Profesor Ever J. Barbero durante todo el desarrollo de la presente Tesis Doctoral.
4. Evaluación de la capacidad del modelo DDM de localizar el daño en laminados con concentradores de tensión, tales como un defecto inicial o un agujero; demostrando asimismo la independencia del modelo con el tamaño de malla.
5. Validación extensa del modelo DDM modificado con la incorporación del modelo de fallo de fibras, para varios laminados con distintas geometrías, secuencias de apilamiento y materiales. En la validación se ha considerado tanto el valor de carga de rotura como la evolución de la rigidez del laminado.
6. Predecir el efecto de la posición y el espesor de agrupamientos de láminas en la evolución del daño y en la carga de rotura de laminados cruzados con agujero sometidos a carga en el plano, evaluando el daño a nivel mesoscópico de las láminas del laminado y no mediante la repuesta global del laminado como hacen la mayoría de los autores. Este estudio es posible gracias a la implementación del modelo mediante la Mecánica del Daño Discreto.

1.4. Estructura de la memoria.

La presente Tesis Doctoral se ha estructurado en un total de nueve capítulos, siendo esta introducción el primero de ellos.

En el segundo capítulo se presenta el estado del arte para laminados con agujero sometidos a esfuerzos de tracción, explicándose sus características y aspectos más relevantes. En primer lugar se aborda el estudio de los distintos mecanismos de fallo que pueden aparecer en los laminados, como por ejemplo la rotura de fibras o el agrietamiento de la matriz. Seguidamente, se presentan distintas metodologías con las que caracterizar la iniciación del daño de laminados y otras con las que modelizar la progresión del mismo. Por último, se introduce el concepto de concentración de tensiones asociado a un agujero y se presentan los modelos simplificados más utilizados capaces de predecir la resistencia de laminados con agujero.

Seguidamente, en el tercer capítulo, se analiza la tensión de rotura de laminados con agujero mediante la utilización de modelos simplificados. En primer lugar se realiza una introducción a la teoría de Lekhnitskii sobre la distribución de tensiones alrededor de un agujero. Posteriormente, se presenta el modelo simplificado de Whitney y Nuismer, el cual se ha adimensionalizado en la presente Tesis Doctoral. Para poder utilizar este modelo es necesario obtener una serie de parámetros a partir de resultados experimentales, bien sean obtenidos en el marco de la presente Tesis Doctoral o de la literatura científica. En este capítulo se resume el procedimiento experimental llevado a cabo, así como los resultados obtenidos. Por último, se propone una metodología capaz de estimar los parámetros del modelo así como la tensión de rotura de laminados con agujero utilizando el modelo como una herramienta predictiva.

En el cuarto capítulo se explica detalladamente el *Modelo de Mecánica del Daño Discreto (DDM)* desarrollado por Barbero y Cortes. Dicho modelo se ha utilizado en esta Tesis Doctoral y se ha modificado introduciendo la rotura de fibras como nuevo mecanismo de fallo, y también se ha incorporado una nueva forma de resolución mediante un método *Regula Falsi*, para mejorar la convergencia de la solución. Las nuevas implementaciones del modelo se han llevado a cabo con la colaboración del Profesor Ever J. Barbero y en colaboración con el investigador Fermín Otero perteneciente al grupo de investigación CIMNE de la Universidad Politécnica de Cataluña.

En el quinto y sexto capítulo se estudia la capacidad del modelo DDM de predecir la localización del daño asociada a un defecto inicial o debido a la presencia de concentración de tensiones asociadas a agujeros respectivamente. Los resultados analizados son la fuerza aplicada, la evolución de la densidad de fisuras en las distintas láminas del laminado así como el daño producido en cada una de ellas.

En el séptimo capítulo, debido a las modificaciones realizadas sobre la implementación original de DDM, surge la necesidad de validar el modelo. La validación se ha realizado en términos de la tensión de rotura del laminado, para un extenso número de laminados con distintos materiales, geometrías y secuencias de apilamiento. Los resultados experimentales utilizados para la validación se han tomado de la literatura científica así como de los resultados obtenidos en la presente Tesis Doctoral.

En el octavo capítulo, una vez validado el modelo DDM, se utiliza éste para estudiar el efecto de la posición y espesor del agrupamiento de láminas en la evolución del daño de laminados con agujero.

En el noveno capítulo se exponen las principales conclusiones obtenidas tras el estudio realizado y se han propuesto posibles líneas de investigación que permitan ampliar el trabajo llevado a cabo en esta Tesis Doctoral. Adicionalmente, se han mostrado las publicaciones y contribuciones científicas relacionadas con la Tesis Doctoral. De acuerdo a la normativa vigente del programa de doctorado, y con el fin de obtener la mención internacional del doctorado, este capítulo se ha redactado tanto en español como en inglés.

Por último, se muestra la bibliografía consultada durante el transcurso de la Tesis Doctoral, la cual ha servido para adquirir los conocimientos necesarios para su desarrollo.

Capítulo 2

Antecedentes

2.1. Mecanismos de Fallo en Laminados de Material Compuesto

El fallo de un elemento estructural es un proceso físico progresivo que tiene lugar cuando dicho elemento no es capaz de cumplir el objetivo para el que fue diseñado y finalmente se rompe [32]. Los laminados de matriz polimérica reforzados con fibra larga presentan una gran variedad de mecanismos de fallo a nivel microestructural como resultado de su complejidad estructural y de sus procesos de fabricación [30]. Entre los diferentes mecanismos de fallo que pueden aparecer en un laminado de material compuesto se incluyen la rotura de fibras, el pandeo de la fibra bajo esfuerzos de compresión, el despegue entre la fibra y la matriz, el agrietamiento de la matriz y el despegue entre láminas adyacentes, también conocido como delaminación [25-32] (ver figura 2.1). La complejidad del problema se intensifica cuando interaccionan varios de estos mecanismos de fallo, produciéndose una pérdida de la capacidad de carga y/o integridad y afectando al fallo último [28, 34].

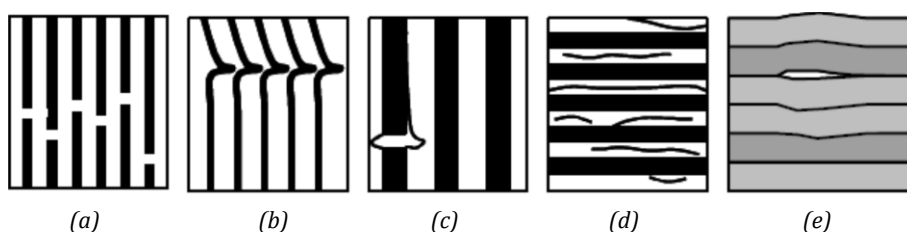


Figura 2.1. Mecanismos de fallo en laminados de material compuesto. a) Rotura de fibras, b) pandeo de fibras, c) despegue fibra-matriz, d) agrietamiento de la matriz y e) delaminación [26].

Teniendo en cuenta todos estos mecanismos de daño, y que el comportamiento de un laminado en dirección de las fibras está dominado por las propiedades de las fibras, y en dirección transversal y de cortadura está influenciado por las propiedades de la matriz [77], es más conveniente considerar a los laminados de material compuesto como estructuras en vez de como materiales [27].

Debido a la anisotropía de los laminados de material compuesto, las fisuras que producen el daño suelen aparecer en distintos planos. En el caso de laminados de fibra continua, los mecanismos de fallo que se pueden encontrar dependen tanto de la dirección de la carga aplicada como de la orientación de las fibras en las láminas que forman el laminado. La amplia variedad de configuraciones (carga aplicada-orientación de fibras) impide asignar mecanismos de daño bien definidos en una escala macroscópica. Sin embargo, el daño que aparece en un laminado de material compuesto a nivel mesoscópico, da una idea bastante clara de cómo clasificar los mecanismos de fallo a nivel microestructural (figura 2.2). A nivel mesoscópico el daño puede dividirse en tres grupos [32, 78]:

- El daño **intralaminar** es un tipo de daño que se localiza en el interior del plano de cada lámina y progresa en un plano paralelo al ocupado por las fibras del refuerzo, por lo que no se va a producir rotura de fibras. Esta forma de daño se puede describir mediante las técnicas de la mecánica de la fractura. Los mecanismos de fallo que se ven controlados por este tipo de fisuras son: el agrietamiento de la matriz y el despegue fibra-matriz [32].
- El daño **interlaminar** es el que se produce entre láminas adyacentes, sin llegar a producirse la rotura de fibras y pudiendo describirse mediante las técnicas de la mecánica de la fractura al igual que ocurre con los daños intralaminares. En este caso, el mecanismo de fallo controlado por este tipo de daño es la delaminación [32].
- Por último está el daño **translaminar**, donde las fisuras que están orientadas transversalmente con respecto al plano del laminado, van a producir la rotura de las fibras. Por tanto, el mecanismo de fallo controlado por este tipo de daño es la rotura frágil de las fibras [32].

Daño Intralaminar	Daño Interlaminar	Daño Translaminar
<ul style="list-style-type: none"> • Rotura de Matriz • Despegue Fibra-Matriz 	<ul style="list-style-type: none"> • Delaminación 	<ul style="list-style-type: none"> • Rotura de Fibras

Figura 2.2. Clasificación del daño a nivel mesoscópico y mecanismos de fallo que controlan cada uno de los tipos de daño.

En el siguiente apartado se explican detalladamente los distintos mecanismos de fallo que pueden aparecer en un laminado a nivel microestructural (rotura de fibras, rotura de matriz, despegue fibra-matriz y delaminación). La definición de cada uno de estos mecanismos se hace para el caso más simple, un laminado unidireccional sometido a tracción uniaxial en el plano en dirección de las fibras. Aunque el estudio de láminas unidireccionales pueda parecer un caso poco significativo por ser tan restrictivo, lo cierto es que los resultados de estos estudios permiten interpretar cualitativamente los rasgos más característicos del comportamiento frente al daño de la mayor parte de laminados [26].

2.1.1. Rotura de Fibras

Las fibras son las responsables de proporcionar al laminado rigidez y resistencia, sin embargo, la rotura de las fibras solo absorbe un pequeño porcentaje de la energía [30]. Se trata de un modo de fallo frágil, produciéndose la rotura de la fibra de manera catastrófica. El fallo por rotura de fibras está relacionado con un fenómeno de redistribución de tensiones hacia las fibras vecinas [29, 77]. Dependiendo de si la carga aplicada sobre el laminado es de tracción o de compresión, la rotura de las fibras se producirá de distinta manera (figura 2.1 a y 2.1.b).

Cuando se aplican **cargas a tracción** en dirección de las fibras se originan fisuras sobre estas que produce su rotura (ver figura 2.1. a) [26, 30, 77]. Para que la rotura se inicie en las fibras y no en la matriz de la lámina, hay que tener en cuenta que la resistencia de una fibra varía de un punto a otro de la misma, no produciéndose la rotura de todas las fibras al mismo tiempo, sino que la lámina empezará a romperse por el punto más débil de una de las fibras que lo conforman. Al romperse esta fibra, la distribución de tensiones a la que se encuentra sometida la fibra que ha fallado así como las fibras próximas, cambia, fenómeno denominado redistribución de tensiones. Este fenómeno se observa en la figura 2.3, donde se representa la distribución de tensiones normales σ que actúan en la sección transversal de la fibra, así como las tensiones tangenciales τ que actúan a lo largo de la interfase fibra-matriz [79].

Como se observa en la figura 2.3, para una fibra rota (fibra A-A), las tensiones normales son nulas justo en la sección donde se produce la rotura y aumentan progresivamente a medida que nos alejamos de dicha sección hasta alcanzar la tensión a la que se encuentran sometidas todas las fibras dentro de la lámina, σ_1 . Mientras que las tensiones tangenciales que actúan sobre la superficie lateral de la fibra crecen bruscamente en las proximidades de la sección rota para luego decrecer y hacerse cero justo en el punto en el que la tensión de la fibra alcanza el valor σ_1 [79].

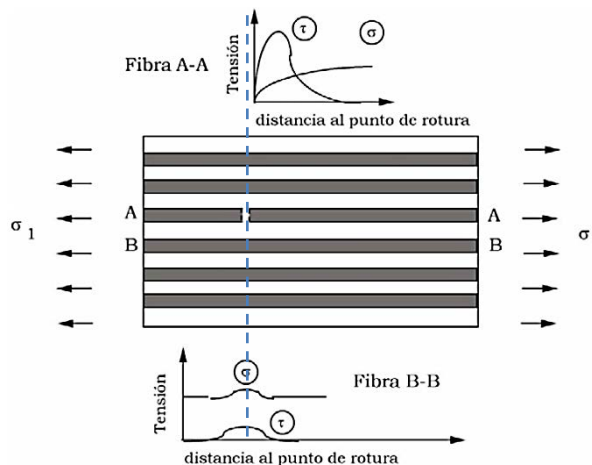


Figura 2.3. Distribución de tensiones a las que se encuentra sometida una fibra rota y una fibra sin romper ante un estado tensional de tracción [79].

Por otro lado, en una fibra vecina a la rota (fibra B-B), la distribución de tensiones normales se incrementa en la zona de rotura, pasando de un valor σ_1 a otro mayor; y aparecen tensiones tangenciales que también alcanzan un valor máximo en la zona de rotura de la fibra rota. El efecto global de todo esto es que, la fibra rota deja de soportar tensiones en una determinada longitud produciéndose una sobrecarga en las fibras contiguas que podrían llegar a alcanzar un valor tensional que también las condujera a la rotura [79].

En la figura 2.4 se muestran diferentes etapas del proceso de rotura de fibras sometidas a tracción. Se observa como a medida que la carga aumenta, la densidad de fibras rotas en la lámina aumenta, lo cual interacciona con las fibras vecinas ocasionando también su fallo. En un momento dado, las roturas de las fibras pueden unirse produciéndose así la rotura global de la lámina [79].

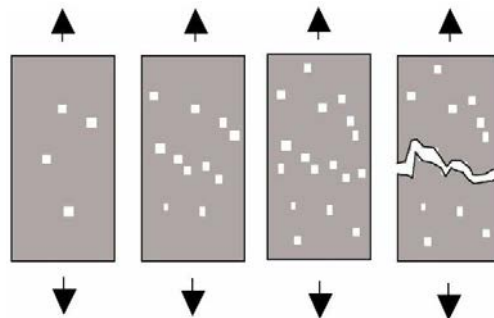


Figura 2.4. Proceso de rotura de una lámina debido a la rotura de fibras a tracción [79].

Es importante remarcar que, las fibras no tienen una tensión de rotura determinista, sino que ésta sigue una distribución probabilística [79], que habitualmente puede representarse mediante una distribución de Weibull [26]. Esta distribución probabilística, junto a las desalineaciones de la fibra y otras heterogeneidades del material debidas al proceso de fabricación, ocasiona que se produzcan rotura de fibras para valores de tensión inferiores a la resistencia teórica mecánica del material [26]. Esto implica que, para calcular la tensión de rotura de la lámina, sea necesario un análisis estadístico en función del volumen específico de fibras y de la distribución estadística de la tensión de rotura de éstas [79].

Por otro lado, el mecanismo de fallo de las fibras cuando se aplican **cargas a compresión** es completamente diferente que a tracción. El fallo puede producirse por micropandeo (ver figuras 2.1.b, y 2.5) [27, 29, 30] o por cortadura de las fibras, este último sobre todo en láminas con un alto contenido en fibras (ver figura 2.6) [79, 80].

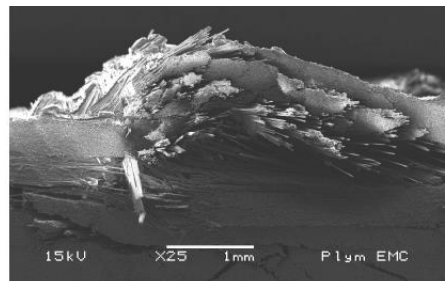


Figura 2.5. Micropandeo de las fibras de un laminado [81].

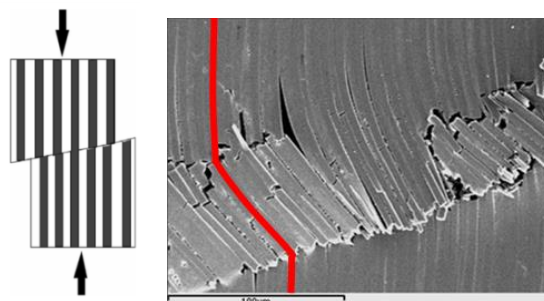


Figura 2.6. Fallo a cortante de las fibras sometidas a una carga a compresión [79, 81].

2.1.2. Rotura de la matriz

La matriz es la encargada de sostener a las fibras manteniendo así la integridad del laminado y transfiriendo la carga entre las fibras. Además, es la encargada de aislar las fibras para retardar el crecimiento de fisuras, aumentando de esta manera la tenacidad del laminado [30]. Al contrario de lo que ocurre con las fibras, la matriz es capaz de absorber energía mediante deformación plástica y crecimiento de fisuras, siendo su modo de fallo dúctil [26, 30, 45]. Por norma general, las fisuras en la matriz van a aparecer en las láminas con mayor ángulo de orientación respecto a la dirección de la carga [47-54]. Adicionalmente, el agrietamiento de la matriz incrementa de forma drástica la permeabilidad del material permitiendo el acceso de líquidos y gases contaminantes que pueden deteriorar el estado de las fibras y la interfase fibra-matriz; o incluso puede facilitar la fuga de líquidos o gases que estén contenidos en el interior de un tanque, recipiente a presión o estructura similar [25, 44].

Al igual que ocurría con las fibras, el daño producido en la matriz es distinto en función de la carga que se aplique sobre el laminado.

Cuando se aplican **cargas a tracción en dirección transversal a las fibras** se produce el agrietamiento de la matriz (*Matrix Cracking*), principalmente sobre laminados cruzados (formados por láminas a 90° y 0°), aunque este no es el único caso en el que ocurre [44]. Este modo de fallo suele ser el primero en aparecer, produciéndose fisuras sobre la matriz del laminado que provocan una redistribución de tensiones hacia las láminas adyacentes (ver figuras 2.1.d y 2.7) [29, 44, 46-48], y adicionalmente provoca el inicio de otros modos de fallo como la delaminación, despegue fibra-matriz o rotura de fibras [44]. Este modo de fallo se puede considerar como uno de los más críticos debido a la baja resistencia a tracción que presenta la matriz en comparación con la fibra [79], observándose normalmente una reducción en la rigidez global del laminado que es difícil de detectarse visualmente durante un ensayo experimental [45].

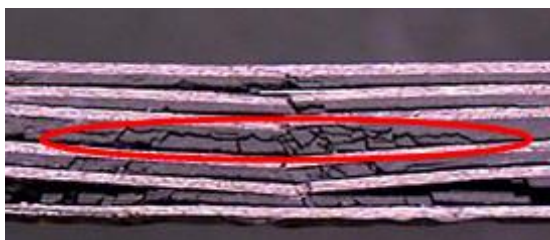


Figura 2.7.- Detalle del agrietamiento de la matriz de un laminado [82].

Cuando se aplican **cargas a compresión en dirección de las fibras** se produce un aplastamiento de la matriz y posteriormente de las fibras, lo cual es debido a las altas concentraciones de tensiones que se producen en la interfase fibra/matriz, aunque también es posible que se produzca fallo por cortadura de la matriz y fallo por cortadura de la matriz con despegue fibra-matriz [79].

2.1.3. Despegue fibra-matriz

Este mecanismo de fallo, también conocido como "*fibre debonding*", aparece cuando las fibras son muy resistentes y la entrecara fibra-matriz es débil, produciéndose una gran concentración de tensiones en la interfase fibra/matriz [29, 79] (ver figura 2.1.c). Esto produce una pérdida de adhesión y un deslizamiento con una gran pérdida de energía por fricción, observándose claramente como la fibra se despega de la matriz del laminado (ver figura 2.8).

Son muchos los parámetros que intervienen en el despegue fibra-matriz, entre los que se incluyen el coeficiente de fricción y la resistencia interfacial. Si las propiedades en la interfase entre la fibra y la matriz se pierden, la transmisión de carga desde la matriz a las fibras no se efectúa correctamente con una pérdida de propiedades del laminado [29].

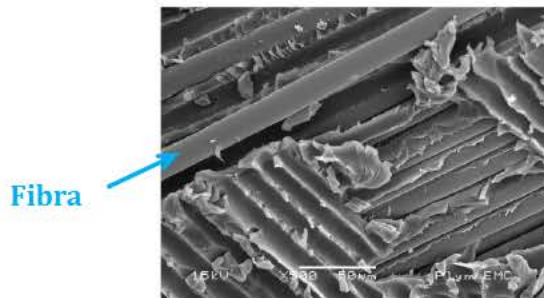


Figura 2.8. Despegue fibra-matriz [81].

2.1.4. Arranque de fibra

El arranque de las fibras o “*fiber pullout*”, aparece cuando las fibras son frágiles y la matriz es muy tenaz [30, 82]. En la figura 2.9 se puede observar un ejemplo de este tipo de mecanismo de fallo.

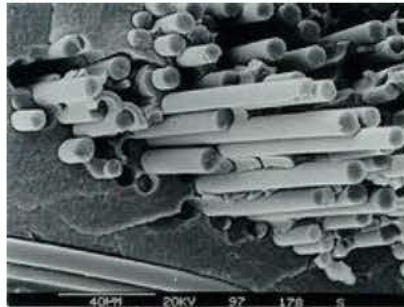


Figura 2.9. Detalle de “*fiber pullout*” en un material compuesto [81].

Existen ensayos de extracción de fibra por tracción y por compresión, en inglés *pull-out* y *push-out* respectivamente, que se utilizan para medir el nivel de adhesión en la interfase fibra-matriz de un laminado. Para el estudio de *pull-out*, Paniagua et al. [82] utilizaron un método que consistía en introducir un extremo de una fibra axialmente (longitud embebida L) dentro de un cilindro o disco delgado del mismo material que la matriz, figura 2.10.

Aplicando una fuerza axial F en el extremo libre de la fibra de manera incremental se consigue extraerla de la matriz. Esta fuerza y el desplazamiento se registran continuamente a medida que la fibra se extrae, hasta que ocurra la extracción completa o la rotura de la fibra.

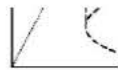


Figura 2.10. Representación esquemática de la prueba pull-out de monofilamentos [82].

2.1.5. Delaminación

Este mecanismo de fallo es uno de los más importantes en los laminados de material compuesto y se produce por tensiones normales al plano. La delaminación equivale a una pérdida de adhesión entre las láminas, y por lo tanto una pérdida de distribución de cargas entre ellas [29], ver figura 2.1.e. Aparece entre láminas adyacentes con distintas rigideces. Esta diferencia en las rigideces puede ser debida a diferentes orientaciones de las fibras o a diferentes materiales constituyentes. La delaminación se muestra como una separación entre láminas [30], lo que causa daños estructurales significativos, particularmente bajo cargas de compresión. En la figura 2.11 se puede observar un caso real de delaminación en un laminado de material compuesto.

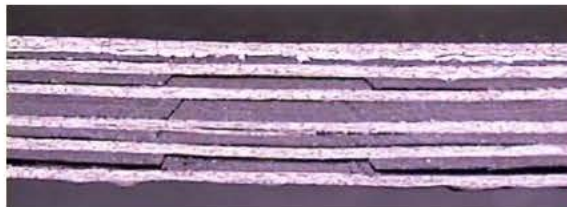


Figura 2.11. Delaminación producida en un laminado de material compuesto [83].

En ocasiones, un laminado puede presentar una combinación de varios mecanismos de fallo antes de su rotura, tal y como se observa la figura 2.12, donde se distingue delaminación, rotura de fibras y agrietamiento de la matriz.

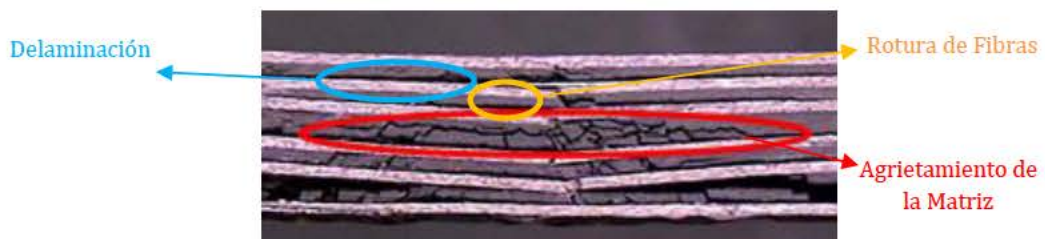


Figura 2.12.- Diferentes mecanismos de fallo encontrados sobre un laminado de material compuesto [83].

Como consecuencia de estos deterioros microestructurales, a nivel macroscópico existe una degradación de las propiedades elásticas y la resistencia. En particular, en un laminado, cada una de las láminas va a deteriorarse con el tiempo según sea la orientación y el contenido del refuerzo (comportamiento anisótropo). La aparición de los distintos mecanismos de fallo depende tanto de las propiedades de los materiales constituyentes y de la configuración del laminado como de las características de la carga aplicada [32].

Comparando el deterioro microestructural que sufren los materiales compuestos con el que sufren los metales se pueden observar grandes diferencias. En los metales, por norma general suele existir un punto dañado o nucleación de una fisura, a partir de la cual se va a producir la fractura del material mediante una propagación rápida. Por el contrario, en los materiales compuestos, el deterioro microestructural se distribuye en todo el material como resultado de los mecanismos de daño descritos anteriormente. Además, en un laminado de material compuesto se observa una pérdida de rigidez y de resistencia residual desde el inicio que en el caso de los metales es casi inapreciable [32].

2.2. Criterios de Iniciación del Daño

La evolución del daño en laminados de material compuesto es un proceso muy complejo debido a la gran variedad de mecanismos de fallo que pueden presentar. El fallo de un laminado es un proceso gradual, en primer lugar se produce el inicio del daño y posteriormente su evolución debido a una redistribución de tensiones en el interior del laminado [37, 30].

Existen diversas metodologías para caracterizar el daño de laminados de material compuesto, generalmente todas ellas asumen homogeneidad y un comportamiento lineal hasta rotura [30]. Estas metodologías se pueden dividir en: criterios basados en tensiones y criterios basados en la Mecánica de la Fractura [25, 27, 30, 44, 45]. A continuación se explica brevemente en que se basa cada una de estas metodologías y cuáles son los criterios más utilizados en cada uno de los casos según la literatura.

2.2.1. Criterios de Daño Basados en Tensiones

La estimación de la carga que puede soportar una estructura es un factor crítico en el proceso de diseño. Para su estimación, es necesario poder predecir cuándo se produce el fallo del material. El fallo ocurrirá cuando la carga aplicada alcance un umbral que corresponda al límite de su capacidad de carga [84]. La resistencia, definida según las tensiones admisibles del material, puede ser utilizada para caracterizar el inicio y crecimiento de cualquier tipo de daño en un laminado. Los criterios de daño basados en tensiones establecen que, cuando una o varias de las componentes del tensor de tensiones alcanzan un valor crítico (que se define en base a la resistencia del material), el laminado falla. De esta manera pueden definirse uno o más criterios de fallo simultáneamente asociados a diferentes modos de fallo y a las componentes del tensor de tensiones [27]. Estos criterios suelen definirse a nivel de la lámina.

El problema que presentan estos criterios es que necesitan valores experimentales como por ejemplo, la resistencia transversal (F_{2T}) y a cortadura (F_6) de la lámina, valores que dependen del espesor de la lámina y de la secuencia de apilamiento del laminado [25, 29, 44]. La dependencia con el espesor puede resolverse utilizando valores in-situ [80, 85-87], pero la dependencia con la secuencia de apilamiento no es fácil de analizar [25, 44].

Es importante tener en cuenta que los criterios del daño basados en tensiones son comúnmente la técnica más aplicada para definir el inicio del daño, pero no su progresión, lo cual es especialmente relevante para delaminaciones [25, 27, 29, 44]. Los estudios realizados por Orificci et al. [27] y Nahas [84] explican detalladamente y recogen de forma tabulada muchos de los criterios de fallo que se han utilizado a lo largo de las últimas décadas en el estudio del fallo de laminados de material compuesto. Además de la resistencia del material, también se han utilizado la deformación, la fuerza o el desplazamiento para caracterizar el daño.

Adicionalmente, los criterios tensionales se pueden clasificar en tres grupos atendiendo a la cantidad de modos de fallo que son capaces de predecir, estos son:

- **Criterios de Rotura Desacoplados:** este tipo de criterios tratan separadamente el fallo de la fibra y de la matriz, considerando que el laminado falla cuando cualquiera de las tensiones o deformaciones principales alcanza su valor resistivo correspondiente. Este tipo de criterios no suelen dar resultados muy precisos si se aplican a estados de carga distintos al uniaxial [29]. Los criterios de rotura desacoplados más comúnmente conocidos son: el criterio de rotura de tensión máxima y el criterio de rotura de deformación máxima [29, 30, 84, 88].
- **Criterios de Rotura Acoplados o con Interacción:** son aquellos en los que se tienen en cuenta todas las tensiones aplicadas sobre la estructura. La mayoría de estos criterios son polinómicos, en los cuales no se distinguen los modos de fallo del laminado (no se sabe si el fallo se produce en la fibra o en la matriz del laminado), sino que lo que se estudia es el fallo de la lámina o laminado. Para utilizar este tipo de criterios es necesario determinar parámetros mediante ensayos experimentales, normalmente mediante ensayos de tracción y compresión uniaxiales. Dichos parámetros permiten formular una expresión cuadrática polinomial que define los estados de tensiones o deformaciones máximos que soporta el laminado [29]. Estos criterios suelen definirse mediante una única ecuación que incluye la interacción de las componentes del tensor de tensiones o deformaciones. En ocasiones, los criterios de rotura acoplados son criticados debido a su falta de base fenomenológica y sus orígenes, basados en teorías inicialmente propuestas para metales [27].

De entre los criterios de rotura acoplados los más destacados son: el de Tsai-Wu [70], el de Tsai-Hill [69] y el de Hoffman [89]. El criterio propuesto por Hill [69] es una generalización de la teoría de Von Mises-Hencky que incluye el comportamiento de materiales anisótropos. Una desventaja de este criterio es que no considera diferentes propiedades resistivas para los modos de tracción y compresión, por lo que se utiliza la misma resistencia en ambos casos. Hoffman [89] generalizó el criterio de Tsai-Hill para tener en cuenta tanto la resistencia a tracción como a compresión del material. Por último, Tsai y Wu [70] propusieron un criterio de fallo polinómico que se considera como uno de los criterios resistivos generales para materiales anisótropos.

- **Criterios de Rotura Múltiple:** Al igual que los criterios de rotura acoplados, tienen en cuenta todas las tensiones que se aplican sobre la lámina o el laminado, y además consideran los diferentes mecanismos de fallo que pueden ocurrir en el laminado, como la rotura de fibras a tracción y compresión, la rotura de matriz a tracción o compresión, el despegue fibra-matriz y la delaminación. Son muchos los autores que han diseñado criterios de rotura múltiple, aunque no todos han implementado sus criterios para satisfacer los distintos mecanismos de fallo que aparecen en un laminado. A continuación se realiza una pequeña clasificación de los criterios de rotura múltiple más utilizados según el mecanismo de daño que analizan.

- De entre los criterios que se centran en la **rotura de las fibras**, bien sea a tracción o compresión, los más utilizados son: el criterio de Hashin [68], Chang-Chang [71], Hou [90],

Puck [91], Maimí [80], LaRC03 [92] y LaRC04 [93]. Todos estos criterios dependen principalmente de la tensión σ_1 (tensión en dirección de las fibras), ya que la rotura de la fibra (cargas de tracción) como su pandeo (cargas a compresión), están dominados por dicha componente del tensor de tensiones, aunque algunos autores incluyen también la influencia de las otras componentes del tensor de tensiones en dirección de las fibras (τ_{12} y τ_{13}).

De los criterios mencionados anteriormente, el criterio de Hashin, Chang-Chang y Hou se pueden aproximar mediante expresiones que incluyen las componentes mencionadas del tensor de tensiones, mientras que los criterios de Puck, Maimí, LaRC03 y LaRC04 presentan expresiones más complejas, ya que se basan en modelos micromecánicos más complicados. Tanto el criterio de LaRC03 como el LaRC04 introducen como novedad las tensiones in-situ en sus expresiones. La principal diferencia existente entre ellos es que, mientras el LaRC03 sólo tiene en cuenta las tensiones en el plano, el LaRC04 permite tener en cuenta estados de tensión tridimensionales [92, 93].

- Para estudiar la **rotura de la matriz** de un laminado de material compuesto, tanto a tracción como a compresión, los criterios más utilizados en este caso son los mismos que para la rotura de fibras, Hashin [68], Chang-Chang [71], Hou [90], Puck [91], Maimí [88], LaRC03 [92] y LaRC04 [93]. En este caso los autores utilizan expresiones de tipo cuadrático estando este modo de fallo principalmente controlado por la tensión σ_2 (tensión en dirección transversal a las fibras) y τ_{12} (tensión de cortadura en el plano de las fibras). Es importante destacar que para el caso de fallo de la matriz a tracción, la mayoría de los autores asumen un plano de fractura crítico en la dirección transversal a la carga de tracción y por lo general involucran una interacción entre la tensión normal σ_2 y la tensión de cortadura en el plano τ_{12} . Sin embargo, para el fallo de la matriz a compresión, no todos los autores asumen dicho plano de fractura [39].
- La **delaminación** es uno de los mecanismos de daño predominante en materiales compuestos laminados debido a la falta de refuerzo a través del espesor, y normalmente se divide en dos fases, iniciación del daño y progresión del mismo. Este mecanismo de daño no se puede definir únicamente mediante criterios tensionales (los cuales se utilizan para definir la iniciación del daño), sino que para poder predecir la propagación del daño es necesario apoyarse en criterios definidos mediante la Mecánica de la Fractura, aspecto que se trata en la sección 2.2.2. Los criterios presentes en la literatura que estudian la **iniciación de la delaminación**, como por ejemplo el criterio de máxima tensión, Hahin [94], Lee [95], Kim y Soni [96], Brewer y Lagace [97] o Hou [98] entre tantos, utilizan combinaciones de tensiones a través del espesor y parámetros de cortadura, tanto en relaciones lineales, como cuadráticas o curvas de ajuste. Otros autores [99] no emplean criterios basados en tensiones sino que utilizan interacciones o elementos cohesivos.

2.2.2. Criterios Basados en la Mecánica de la Fractura (MF)

La principal aplicación de la Mecánica de la Fractura (MF) consiste en explicar y predecir la rotura de materiales frágiles, en los que la rotura aparece en presencia de muy poca plasticidad. En los laminados de material compuesto pueden encontrarse defectos de muy diversa índole como: poros, incrustaciones o heterogeneidades. La mecánica de la fractura parte de la simplificación de que existen defectos en el material que aparecen en forma de fisuras, en cuyo frente se produce siempre una singularidad tensional [100], y por lo general no se puede caracterizar la iniciación del daño.

La mecánica de la fractura es una teoría que se ocupa del estudio de la estabilidad estructural de materiales y analiza el crecimiento de los defectos existentes, y aunque no se usa a menudo para la mayoría de las formas de daño de materiales compuestos, ha sido aplicado con éxito al estudio de la delaminación y pérdida de adherencia (despegue fibra-matriz) [27]. El planteamiento local de la fractura consiste en establecer un criterio de rotura basado en los campos de tensiones y desplazamientos próximos al borde de la fisura. El campo de tensiones en las proximidades de la fisura viene caracterizado por un parámetro denominado *Factor de Intensidad de Tensiones* (K), que agrupa la influencia de la geometría, el tamaño de fisura y la forma de sollicitación.

El criterio de rotura establecido por el planteamiento local de la Mecánica de la Fractura consiste en suponer que, la fisura se propaga cuando el factor de intensidad de tensiones K alcanza un valor crítico K_C ($K=K_C$), que es un valor característico del material y se denomina tenacidad de fractura [85]. La energía de deformación liberada en la propagación de las fisuras generalmente se divide en los diferentes mecanismos de crecimiento de la fisura: modo de tracción o modo I, modo de cortadura o modo II y modo antiplano o modo III (ver Figura 2.13). Cuando una grieta avanza por combinación de los distintos modos se dice que ésta avanza en modo mixto.

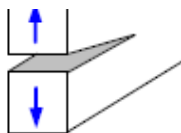


Figura 2.13.- Modos de deformación de un sólido fisurado. a) De tracción o modo I, b) de cortadura o modo II y c) antiplano o modo III [27].

La mecánica de la fractura permite optimizar el diseño de productos, así como procesos de fabricación e inspección para controlar la propagación de defectos que podrían llevar al fallo de sus componentes, pero sin la necesidad de usar coeficientes de seguridad injustificados. A su vez, los criterios energéticos, que son los definidos mediante la Mecánica de la Fractura, son preferibles a los criterios tensionales ya que están basados en propiedades invariantes del material [25, 101, 102].

Algunos de los modelos más utilizados para predecir el crecimiento de una delaminación preexistente en un laminado y basados en la Mecánica de la Fractura son: el criterio de rotura de Hahn [72, 103], Power [104], Donaldson [105], Hashemi-Kinloch [106] y Tan [73]. Estos modelos se basan en el concepto de la Mecánica de la Fractura, utilizando para ello la tasa de liberación de energía de deformación G en el crecimiento de una fisura, y combinan dicha componente G con los valores de la tenacidad umbral G_C en las direcciones de los modos I, II y III. Para estos criterios, el parámetro G_T es la energía total liberada sumando los tres modos. Es interesante observar los diferentes métodos que utilizan para introducir la componente del modo III. Algunos autores ignoran su contribución o

emplean únicamente modelos bidimensionales considerando únicamente el modo I y II [72, 73, 103-106]. Otra aproximación es la de combinar las componentes de modo II y III en un valor de G para la apertura de la fisura. Y otros autores lo que hacen es tratar el modo III como si actuase de forma idéntica al modo II, como por ejemplo Benzerga et al. [107].

2.3. Modelización de la Progresión del Daño

Debido a la complicada naturaleza de los laminados de material compuesto, el inicio del daño no siempre produce el fallo total. En ocasiones, es necesario tener en cuenta la degradación de las propiedades del laminado provocadas por cualquier tipo de daño para así poder estudiar la progresión del daño y predecir el fallo del laminado. A lo largo de los años se han desarrollado un gran número de modelos para representar los diferentes mecanismos de daño de un laminado, estos modelos de daño se han utilizado conjunta e independientemente de los criterios presentados en la sección 2.2 para la iniciación del daño [27]. En el caso de daño interlaminar (delaminación), la utilización de la teoría de la Mecánica de la Fractura y la introducción de un parámetro de daño se han utilizado ambas con y sin las teorías de la Mecánica del Daño para representar la pérdida de capacidad resistente [27].

Dentro de la Mecánica del Daño encontramos dos variantes, los modelos basados en la Mecánica del Daño Continuo y los modelos basados en la Mecánica del Daño Discreto, que son las técnicas más utilizadas para modelizar la progresión del daño. Por otro lado, tal y como se explicó en el apartado 2.2.2, la Mecánica de la Fractura también se utiliza para estudiar la progresión del daño, en concreto la progresión de la delaminación. Como los modelos basados en la Mecánica de la Fractura ya fueron explicados anteriormente no se hace hincapié de nuevo sobre ello en este apartado.

2.3.1. Modelos de Mecánica del Daño Continuo (CDM)

Son muchos los mecanismos de daño que se pueden observar en un laminado de material compuesto, incluidos el agrietamiento de la matriz, la rotura de fibras, el despegue fibra-matriz, etc. Se han realizado muchos estudios tratando de cuantificar cada uno de estos mecanismos de fallo, su evolución con respecto a la carga, la tensión, el tiempo, número de ciclos, etc., y su efecto sobre la rigidez del laminado, propiedades residuales, etc. [76]. La Mecánica del Daño Continuo (*Continuum Damage Mechanics*, CDM) permite predecir todos estos mecanismos de fallo (microscópicos) mediante su efecto a un nivel mesoscópico del material (nivel lámina) [76, 108].

Por otro lado, los modelos CDM presentan la dificultad de no poder describir exactamente el efecto local de la interacción entre varios modos de daño y el efecto local de la reducción de rigidez en el área dañada [28]. Físicamente, la degradación de las propiedades mecánicas del material viene caracterizada por el proceso de iniciación y crecimiento de micro defectos, tales como microporos o microfisuras [80, 109]. El daño del laminado se representa mediante una variable de estado ‘continua’ D , también llamada variable de daño, la cual representa la pérdida de rigidez (degradación de propiedades mecánicas) [76]. La variable de daño D (ecuación 2.1), es un valor no medible experimentalmente, y varía entre 0 y 1. El valor de 0 correspondiendo a un estado intacto o no dañado y el valor de 1 a un estado de rotura local. La forma de calcular D es la mostrada en la siguiente expresión

$$D = 1 - \frac{E}{\tilde{E}} \quad (2.1)$$

donde \tilde{E} es el módulo de elasticidad inicial (sin daño), y E es el módulo después del daño.

Desde que Kachanov [110] y Rabotnov [111] utilizaron por primera vez la Mecánica del Daño Continuo para estudiar la rotura por fluencia de metales, se ha demostrado que es una excelente metodología con la que adquirir información sobre la iniciación y acumulación de daño en laminados en un análisis de progresión del daño [75].

La Mecánica del Daño Continuo parte de la hipótesis de que el material es homogéneo y continuo en una determinada escala, por lo que las ecuaciones que describen el medio y sus propiedades termo-mecánicas pueden ser representadas mediante funciones continuas. Evidentemente, el material no es continuo, tanto a nivel atómico como estructural, y por ello se define un elemento representativo de volumen (RVE), donde los fenómenos a estudiar pueden ser promediados a lo largo del volumen.

Es a nivel mesoscópico donde se pueden definir las ecuaciones constitutivas continuas para un análisis mecánico, y es aquí donde se define el RVE. La mesoescala es donde los fenómenos microscópicos pueden ser promediados y tratados como continuos. Estos serán válidos mientras los procesos micromecánicos puedan ser considerados como estadísticamente homogéneos dentro del RVE. A partir de este instante, el tratamiento de la evolución de las variables internas deberá realizarse a partir de otras consideraciones. En ocasiones, es habitual utilizar la teoría del laminado para la determinación de la respuesta estructural de laminados de material compuesto. En este caso, el RVE debe considerarse a través de todo el espesor del laminado, considerando una lámina como elemento microestructural y la interacción entre las distintas láminas como conjunto mesoscópico.

Una desventaja que presenta este tipo de modelos (CDM) es la dificultad para obtener las propiedades del material mediante ensayos experimentales [44, 25]. Este inconveniente puede resolverse parcialmente mediante su combinación con otras técnicas como la micromecánica [112-115], la mecánica de la fractura [116] o empleando propiedades in-situ del material [117]. Otra desventaja de los modelos CDM es que al utilizarlos en un código de elementos finitos, la solución se ve afectada por la dependencia con el tamaño de la malla. Para subsanar este problema, normalmente es necesario especificar o estimar una longitud característica [44].

Además, este tipo de modelos requiere la incorporación de una serie de elementos adicionales, como:

- Una variable de estado donde se registre el nivel del daño acumulado.
- Una variable independiente que este asociada termodinámicamente a la variable de estado y que controle el proceso de daño.
- Una función de activación del daño que permita diferenciar los estados de deformación en los que aparece daño de los estados en los que no aparece daño.
- Una función de endurecimiento del daño que vaya actualizando el umbral del daño.
- El valor crítico del daño para el que la lámina falla.

Son muchos los autores que utilizan modelos de daño basado en la Mecánica del Daño Continuo para distintas aplicaciones, a modo de ejemplo, se nombran algunos de ellos a continuación.

Basándose en la teoría CDM, Schapery [118], Murakami y Kamiya [119], Hayakawa et al. [120], Tang et al. [121], Brünig [122], Olsson y Ristinmaa [123], Basu et al. [124] y Maimí et al. [80, 109], propusieron modelos isótropos/anisótropos de degradación de la rigidez y modelos de evolución del daño, introduciendo respectivamente, un tensor de daño de segundo orden o de cuatro orden. En estos modelos, se trataron las relaciones entre la disipación de energía potencial, la fuerza conjugada y el tensor de daño, utilizando distintas leyes para la evolución del daño en cada caso. Además, la teoría de

la micromecánica, que supone un elemento de volumen representativo (RVE), se asoció con el CDM para describir la evolución de las propiedades dañadas. Maimí et al. [80, 109] utilizaron funciones de activación del daño basadas en el criterio tensional de fallo de LaRC04 [93] a nivel de la lámina para predecir los diferentes mecanismos de daño.

Matzenmiller et al. [125], Kwon y Liu [126], Schipperen [127], Maa y Cheng [128], Camanho et al. [40] y Barbero y Vivo [129], establecieron modelos termodinámicos capaces de describir la progresión del daño e interpretar la degradación de la rigidez de laminados. Para ello tuvieron en cuenta distintos modos de fallo y formularon adicionalmente las relaciones entre el tensor de daño, las fuerzas conjugadas y las tensiones/deformaciones internas.

Lin y Hu [130] propusieron un modelo constitutivo de daño elastoplástico no lineal junto con un criterio de fallo mixto para describir el comportamiento de laminados compuestos sometido a un estado de tracción uniaxial. Boutaous et al. [131] también establecieron un modelo de daño elastoplástico mediante la aplicación de un método de homogeneización a escala microscópica.

Barbero [132] propuso un modelo de acoplamiento daño/plasticidad, combinando CDM y la teoría clásica de la termodinámica, para predecir los efectos inelásticos como la reducción de rigidez, los incrementos de daño y la deformación irrecuperable.

Amir Shojaei et al. [31] desarrollaron una herramienta predictiva, en el marco de la Mecánica del Daño Continuo, para evaluar el daño por delaminación en laminados reforzados con fibra larga bajo cargas dinámicas. Su modelo tiene en cuenta la densidad de energía, la fractura en modo mixto y la temperatura.

2.3.2. Modelos de Mecánica del Daño Discreto (DDM)

Mientras que los Modelos de Mecánica del Daño Continuo estudian el comportamiento frente al daño a nivel mesoscópico, los modelos de Mecánica del Daño Discreto, en inglés *Discrete Damage Mechanics* (DDM), estudian el comportamiento frente al daño a nivel microestructural [57].

En los modelos DDM, la variable de estado que define el daño del laminado es la densidad de fisuras, definida como el número de fisuras por unidad de longitud. Esta variable de estado, a diferencia de la variable de estado de los modelos de daño continuo, se puede medir experimentalmente. Por ejemplo, mediante la utilización de imágenes de rayos X, el número de fisuras que aparecen en una lámina se pueden cuantificar, tal y como se muestra en [47-50], y de esta manera se puede identificar la posición de las fisuras dentro del RVE. La solución dentro del RVE es una solución analítica basada en la teoría de la elasticidad, lo que hace que los modelos DDM sean más precisos que los modelos CDM.

Una ventaja de los modelos DDM es que, la pérdida de rigidez como función de la densidad de fisuras se puede calcular sin tener que recurrir a parámetros adicionales como ocurriría con los modelos CDM [76]. Únicamente son necesarias las tenacidades de fractura en modos I y II. Además este tipo de modelos, a diferencia de los modelos CDM, son independientes del tamaño de malla al incorporarlos a un software comercial de elementos finitos, pudiendo predecirse la iniciación y evolución del daño intralaminar (tanto transversal como a cortadura) en términos de la tenacidad de fractura del laminado [46]. La principal desventaja de los modelos DDM es que la mayoría de las soluciones disponibles están limitadas a laminados simétricos bajo cargas en el plano con sólo una o

dos láminas fisuradas. No obstante, esta limitación no es relevante dado que la mayoría de los laminados utilizados en distintas aplicaciones son simétricos.

Son muchos los autores que utilizan modelos de daño basado en la Mecánica del Daño Discreto en diversas aplicaciones, tal y como se muestra a continuación.

Hasta el momento, la utilización de modelos DDM junto con el Método de los Elementos Finitos, está prácticamente restringida a un dominio bidimensional [25, 133-138]. Este método resulta ser una herramienta excelente para identificar cualitativamente la iniciación y propagación del daño (en especial del despegue interfacial fibra-matriz) y para determinar cuantitativamente la degradación de las propiedades mecánicas [139]. Además, la degradación de la rigidez del laminado puede relacionarse con la densidad de fisuras dentro del material [140].

Gracias al creciente poder computacional, hoy en día es posible utilizar modelos DDM para materiales homogéneos como la sílice [141] o heterogéneos como el hormigón [142]. Shiu et al. [142] analizan las capacidades del método para predecir la profundidad de penetración de proyectiles con distinta geometría. Más recientemente, Aghazadeh Mohandesi et al. [143] utilizaron un modelo DDM para demostrar su capacidad para describir el comportamiento de materiales compuestos PET bajo cargas compresivas y con diferentes condiciones de temperatura [139].

Maheo et al. [139] utilizan la Mecánica del Daño Discreto para la modelización del daño de materiales compuestos. Para ello, consideran un Elemento Representativo de Volumen (RVE) 3D de un laminado compuesto unidireccional en la escala de sus constituyentes (fibra y matriz) para así poder reportar los mecanismos de degradación locales como el agrietamiento de la matriz, el despegue fibra/matriz y la rotura de fibras.

Swindeman et al. [28] propusieron un modelo DDM capaz de predecir el agrietamiento de la matriz, la delaminación y la interacción de estos dos últimos mecanismos de daño. La técnica analítica desarrolla un método de regularización extendida de elementos finitos (Rx-FEM) para simular la iniciación del agrietamiento de la matriz y la propagación de fisuras en lugares desconocidos inicialmente, así como un modelo de interfaz cohesivo para la delaminación. Aunque el inicio del agrietamiento de la matriz es un proceso imposible de capturar de manera precisa debido a variaciones locales del material, el modelo propuesto exhibe un acuerdo excelente con los datos experimentales para el crecimiento de grietas en la matriz y la progresión de la delaminación, en laminados gruesos cuasi-isótropos grafito/epoxy con un agujero, donde el fallo se produce por delaminación.

Liu et al. [128] propusieron un modelo de daño discreto (DDM) desarrollado desde la perspectiva de la mecánica del daño continuo (CDM). Para ello, interpretan el fallo del material como un proceso de evolución del daño que resulta en la degradación de la rigidez del laminado. El modelo considera el fallo tanto en los elementos discretos (representados como muelles) como en los elementos continuos.

De entre todos los modelos basados en esta metodología, en esta Tesis se ha utilizado el modelo de Mecánica de Daño Discreto formulado por Barbero y Corte [25]. Este modelo es capaz de predecir la pérdida de rigidez debido al agrietamiento transversal de la matriz de laminados simétricos con secuencias de apilamiento aleatorias y sujetas a cargas en el plano. Los módulos de elasticidad del laminado después del daño son función de la densidad de fisura de las láminas dañadas, las cuales se analizan una a una. La evolución de la densidad de fisuras en cada lámina se deriva en términos de la velocidad de liberación de energía de deformación calculada y predicha como función

de la carga aplicada utilizando un enfoque de la Mecánica de la Fractura. El modelo propuesto no postula funciones para la evolución del daño y por lo tanto no hay necesidad de datos experimentales adicionales para ajustar los parámetros del material. Todo lo que se necesita son los módulos de elasticidad y las tasas de liberación de energía críticas de las láminas. La pérdida de rigidez de una lámina es una parte integral del modelo, lo que permite la redistribución de tensiones entre láminas. Por otro lado se trata de un modelo constitutivo que es inherentemente independiente del tamaño de la malla cuando se utiliza junto con un código de elementos finitos, por lo que el usuario no necesita elegir una longitud característica. Además, presenta la ventaja de requerir únicamente una variable de estado por lámina, que en este caso es la densidad de fisura.

2.4. Concentración de Tensiones Debido a la Presencia de Agujeros

2.4.1. Introducción

Muchas estructuras de material compuesto, como el fuselaje de un avión, incluyen discontinuidades tales como: aberturas para el acceso y miles de agujeros con fines de unión, que se convierten en regiones críticas bajo cargas termo-mecánicas. Por lo tanto, es necesario entender el comportamiento de estructuras con agujeros para el diseño de estructuras complejas, donde la mayoría de las partes están unidas con pernos y remaches [144]. El efecto de un agujero en el comportamiento de un laminado de material compuesto es un tema de gran importancia, ya que causan una reducción relativamente significativa en la resistencia del material en comparación con la que tendría si no tuviera agujero; y tienen un efecto importante en el crecimiento de zonas de daño.

La complejidad de los diferentes mecanismos de fallo presentes durante la etapa de carga en un laminado de material compuesto se incrementa debido a la presencia de concentración de tensiones, produciendo una amplia variedad de efectos, tales como gradientes de tensión o de deformación, que no están presentes en los laminados sin agujeros [145, 35]. El comportamiento mecánico de laminados con agujeros es complejo, debido a sus características específicas, como la heterogeneidad, anisotropía o gradientes de tensión [16]. Por ello, la estimación de la resistencia de un laminado es un problema muy complicado, incluso bajo casos de carga sencillos [28]. Aunque el fallo último de un laminado con agujero normalmente está dominado por la rotura de fibras en dirección de la carga, la formación de fisuras en la matriz va a iniciar una redistribución de tensiones hacia las láminas adyacentes, lo que influye en la rotura final de las fibras [34].

La presencia de irregularidades en la geometría de un elemento estructural fabricado con laminados de material compuesto, tales como orificios, entallas o cualquier cambio brusco de sección produce una localización de tensiones, conocida como concentración de tensiones y evaluada a través del Factor de Concentración de Tensiones K (*Stress Concentration Factor*) [20, 146]. Dicha concentración de tensiones produce una reducción en las propiedades mecánicas del laminado [16-20].

El factor de concentración teórico o máximo (K_t) relaciona la tensión máxima en las proximidades de la discontinuidad σ_{max} (borde del agujero) con una tensión de referencia o tensión nominal σ_N (calculada suponiendo que no hay agujero y que coincide con la tensión aplicada en el infinito de la placa). Para el caso concreto de un laminado con agujero sometido a un estado de tracción uniaxial como el que se muestra en la figura 2.14, la tensión máxima se produce en el punto A y la distribución de tensiones alrededor del agujero es la mostrada en la imagen. En este caso, el factor de concentración de tensiones queda definido según la ecuación (2.2) [20, 146].

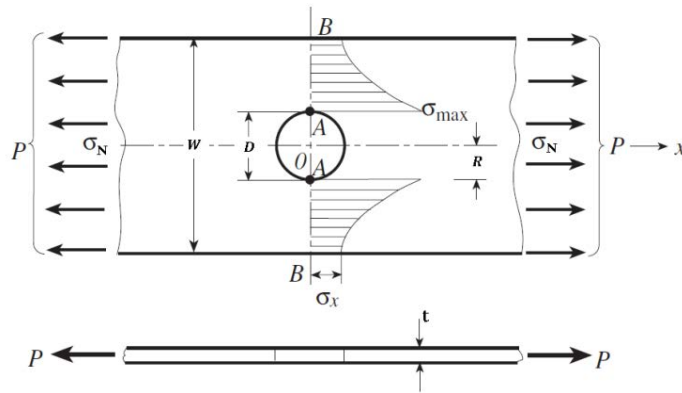


Figura 2.14. Distribución de tensiones sobre un laminado con agujero sometido a un estado de tracción uniaxial [36].

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_N} \quad (2.2)$$

La concentración de tensiones asociada a la presencia de agujeros ha sido estudiada por numerosos autores en placas de materiales isótropos desde el año 1898, cuando Kirsch resolvió el problema para el caso de placas infinitas, hasta llegar a la publicación de manuales con la solución correspondiente a numerosas geometrías y solicitaciones como las de Peterson [36, 147], donde el factor de concentración de tensiones aparece tabulado. Estos factores simplifican el trabajo ingenieril, pero sólo son útiles si se asume un fallo frágil.

En el caso de materiales anisótropos, Lekhnitskii [58] resolvió analíticamente el caso de tensión plana para una placa infinita con un orificio circular, existiendo asimismo una variedad de publicaciones que analizan, por ejemplo, el problema en placas ortótropas para distintas relaciones de módulos de elasticidad y tamaños de orificio [148], o la influencia del tamaño de la placa en el Factor de Concentración de Tensiones [149].

Algunos autores [20, 36, 140, 147, 150, 151] han obtenido curvas que relacionan el factor de concentración de tensiones con la carga y geometría del material. En la figura 2.15, se muestra a modo de ejemplo, el valor del factor de concentración de tensiones para placas rectangulares de espesor uniforme con un agujero en su centro y sujetas a un estado de tracción uniaxial, en función de su relación geométrica diámetro/anchura y su relación longitud/anchura.

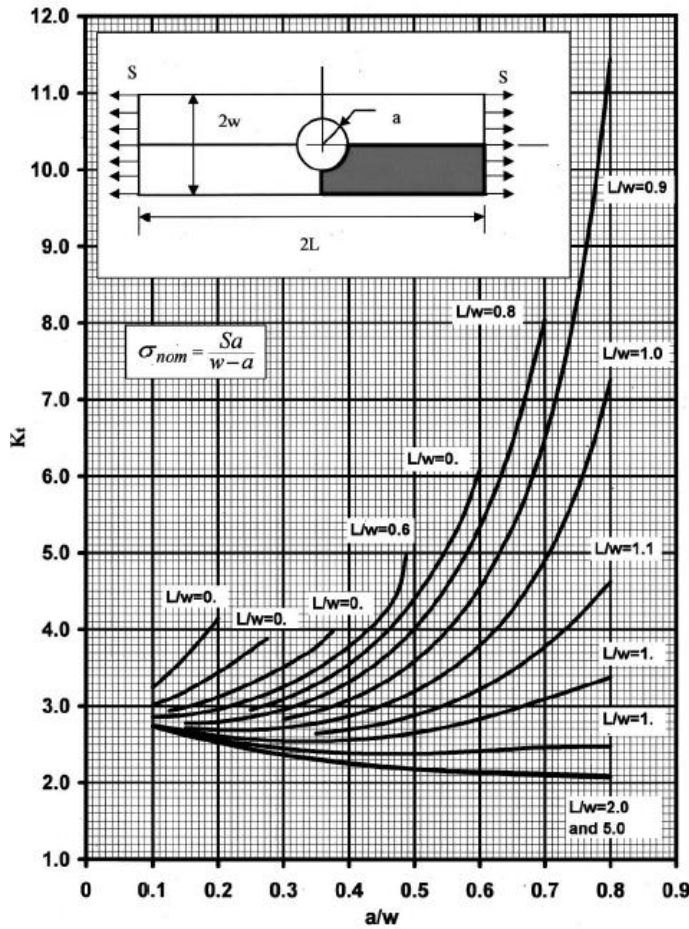


Figura 2.15 Factor de Concentración de Tensiones (K_t) en función de su relación geométrica diámetro/ancho (a/w) y su relación longitud/ancho (L/w) [140].

2.4.2. Resistencia Mecánica de Laminados con Agujero

La concentración de tensiones asociada a la presencia de un agujero, provoca una reducción de las propiedades mecánicas del laminado que resulta de gran interés para los diseñadores de materiales compuestos [18, 34]. Para analizar la influencia de los mecanismos de fallo en la evolución del daño del laminado, se utilizan los modelos de daño descritos en las secciones 2.2 y 2.3. Para predecir de una manera precisa la resistencia de un laminado con agujero, es importante tener en cuenta la redistribución de tensiones debidas a la progresión del daño previa al fallo [152, 153].

Ante la presencia de concentración de tensiones causadas por defectos (como agujeros o entallas), en la mayoría de los casos, las fibras situadas cerca de los extremos de estas discontinuidades comienzan a fallar. El mayor valor de tensión en estas zonas da lugar a que las fibras se rompan primero, independientemente de las variaciones de resistencia en la estructura. Por lo tanto, la influencia de la resistencia del laminado con agujero en la capacidad de carga en los laminados de material compuesto está limitada [33].

La resistencia o tensión de rotura de un laminado con agujero depende de un gran número de variables como: las propiedades del material, el tamaño del espécimen, el diámetro del agujero, el espesor de la secuencia de apilamiento, la orientación de las láminas, el espesor, la relación entre el ancho de la placa y el radio del agujero y la calidad del mecanizado [33-35]. Todos estos factores afectan a la resistencia mecánica del laminado modificando la extensión del daño durante el proceso de carga. De entre las variables mencionadas, la relación de aspecto y el espesor del laminado son las más estudiadas en la literatura científica debido a su importancia.

A continuación se comentan algunos de los estudios realizados por distintos autores, los cuales analizan el efecto de estas dos variables en la resistencia mecánica del laminado. La mayoría de estos autores utilizan los modelos descritos anteriormente, como son: criterios tensionales, criterios basados en la Mecánica de la Fractura o Criterio basados en la Mecánica del Daño. Adicionalmente, existen numerosos estudios que utilizan las medidas de campo (tensión-deformación) para examinar la respuesta mecánica de estructuras de material compuesto con agujero cuando están sometidas a una carga mecánica, utilizando para ello diferentes técnicas como: técnicas de correlación de imágenes digitales [16, 145], interferometría [17, 18, 152, 153], Rx-FEM [28], modelos cohesivos [17, 28, 154], fotogrametría digital [18] o modelos de Mecánica de la Fractura [65].

- **Influencia de la Geometría**

El efecto del tamaño de un laminado (relación ancho- radio) es un parámetro determinante en la rigidez de laminados con agujero. Generalmente, se establece que la resistencia de un laminado delgado disminuye con el aumento de tamaño del espécimen manteniendo una relación constante entre anchura y diámetro, o lo que es lo mismo, la resistencia decrece al incrementar el diámetro del agujero para una concentración de tensiones constante a través del ancho de la probeta [33, 35, 37-42, 144]. Sin embargo, en el caso de laminados gruesos con agujero, donde el fallo está causado por delaminación [35], un incremento en las dimensiones de los especímenes cuando están sometidos a un ensayo de tracción, resulta en un incremento de su resistencia [40].

Camanho et al. [40] utilizaron un modelo energético de regularización del daño basado en la Mecánica del Daño Continuo (CDM) para predecir el comportamiento local del material. En su estudio llevaron a cabo una campaña de ensayos experimentales para validar su modelo numérico. De los resultados experimentales observaron que, al aumentar el diámetro del agujero de la probeta, manteniendo constante la relación ancho-diámetro, se producía una reducción de la rigidez. Este efecto está provocado por el desarrollo de una zona de fractura. Estos autores afirman que para probetas pequeñas, esta zona se extiende hacia los bordes de la misma y la tensión media en el plano de fractura tiende a la rigidez del laminado sin agujero, o lo que es lo mismo, a media que el tamaño del agujero crece, el factor de concentración de tensiones decrece y se aproxima a la unidad (placa sin agujero) [17]. Hallet et al. [10] observaron el mismo comportamiento, zonas de daño pequeñas para diámetros de agujero grande, lo que se traduce en una disminución de la tensión de rotura con el aumento del diámetro del agujero.

Ercin et al. [41] estudiaron analítica y experimentalmente el efecto del ancho y del diámetro del agujero sobre la resistencia de laminados con agujero central tanto a tracción como a compresión. Al igual que en los casos mencionados anteriormente, observaron que, laminados delgados con agujero sometido a un estado de tracción, producen una reducción en la resistencia del laminado al aumentar el tamaño del agujero. Por otro lado, en los ensayos a compresión, comprobaron que la resistencia mecánica del material era un 66-91% menor que la resistencia a tracción, siendo la diferencia más pronunciada en las probetas de mayor tamaño.

Lagace [141] estudió el efecto de la secuencia de apilamiento y el diámetro del agujero en la resistencia mecánica de laminados con agujero, manteniendo constante el ancho del espécimen y variando el tamaño del concentrador de tensiones a lo largo del ancho. Observó que, para el laminado $[0/90_2]_s$, la rotura del laminado pasa de un fallo dominado por la matriz a un fallo dominado por las fibras al incrementar el diámetro del agujero.

Green et al. [35] estudiaron el efecto del espesor del laminado, espesor de lámina y diámetro de agujero sobre la resistencia de laminados cuasi-isótropos con agujero. Observaron una disminución en la resistencia del laminado al aumentar el diámetro del agujero, excepto para laminados con agrupamiento de láminas donde la tendencia observada es justamente la contraria.

- **Influencia del Espesor del Laminado**

El efecto de utilizar diferentes secuencias de apilamiento en laminados con agujero se ve reflejado en una modificación de la resistencia y modo de fallo de este. Normalmente, el apilamiento de láminas más común de un laminado es una combinación de láminas orientadas a 0° , 90° y $\pm 45^\circ$, siendo necesario en algunas aplicaciones el uso de agrupamiento de láminas con la misma orientación para cumplir los requisitos estructurales. Aunque esta opción podría ser ventajosa debido a su simplicidad y su disposición, puede ser ineficiente en términos de comportamiento estructural [104]. La utilización de agrupamiento de láminas en un laminado incrementa el espesor efectivo en cada orientación de láminas.

Otra opción para modificar la respuesta del laminado es incrementar el número de sublaminados. Cambiar el espesor de un laminado variando el número de sub-laminados a menudo se llama “*sublaminata-level scaling*”, mientras que cambiar el espesor del agrupamiento de láminas se llama “*ply-level scaling*”.

Hallett et al. [10] analizaron el efecto del espesor de lámina y espesor del laminado en la mecánica del daño del laminado. Adicionalmente, como se comentó en el apartado anterior, estudiaron el efecto del diámetro del agujero. Para ello implementaron un modelo de elementos cohesivos, insertados entre láminas para modelizar la delaminación y también en ciertos caminos de propagación de fisuras para modelizar el agrietamiento de la matriz. Utilizaron un criterio global basado en el modelo estadístico de Weibull para determinar el fallo de la fibra de toda la estructura. En laminados con agrupamiento de láminas “*ply-level scaling*”, el fallo por delaminación fue el último modo de fallo en la mayoría de las muestras. En especímenes con agrupamiento de sub-laminados “*sublaminata-level scaling*”, la localización del daño alivia la tensión en las fibras a 0° en el borde del agujero, retrasando el inicio del fallo de las fibras.

Abisset et al. [155] analizaron el agrietamiento de la matriz y la delaminación mediante la utilización de un modelo basado en la Mecánica del Medio Continuo (CDM) y un modelo frágil para la rotura de fibras. El acoplamiento entre el agrietamiento de matriz y la delaminación se tiene en cuenta en la ecuación constitutiva del material para la interfaz de elementos cohesivos. En su estudio analizaron el efecto del agrupamiento de láminas “*ply-level scaling*”.

Kortschot y Beaumont [143] mostraron que los laminados cruzados con agrupamientos de láminas en su secuencia de apilamiento $[(90_2/0_2)_s]$ exhiben mayor daño antes del fallo y su resistencia es un 50% mayor que la de laminados con agrupamiento de sub-laminados $[(90/0)_{2s}]$, incluso aunque ambos laminados tienen el mismo número de láminas a 0° y 90° .

Harris y Morris [156] llevaron a cabo un estudio exhaustivo del efecto del apilamiento del laminado y su secuencia de apilamiento. Observaron que la resistencia de un laminado con agujero varía considerablemente con ambas, la orientación de las fibras en las láminas así como el orden en el que estén colocadas en el laminado. Sugirieron que, incrementado el número de sublaminados en apilamientos cuasi-isótropos, se reduce la resistencia de laminados que presentan agujero. En estos laminados, el daño está confinado en zonas cercanas a la superficie y por tanto aparece una menor redistribución de tensiones en el laminado.

Vaidya et al. [157] analizaron laminados cuasi-isótropos con diferentes agrupamientos de láminas, incrementando el espesor de lámina. Encontraron un cambio en el modo de fallo a medida que el número de láminas en el agrupamiento aumentaba.

Green et al. [35] estudiaron el efecto del espesor del laminado, espesor de lámina y diámetro de agujero sobre la resistencia de laminados cuasi-isótropos con agujero. Encontraron diferentes modos de fallo en laminados con agrupamiento de láminas y agrupamiento de sub-laminados. Los laminados con agrupamiento de láminas presentaban arranque de fibras y delaminación, mientras que los laminados con agrupamiento de sub-laminados mostraban principalmente rotura de fibras. En ambos casos, la resistencia decrece a medida que el espesor de los especímenes crece. También, la resistencia disminuye a medida que el diámetro del agujero aumenta, excepto para especímenes con agrupamiento de láminas. En definitiva, se puede concluir que el efecto de tamaño normalmente es más evidente en laminados con agrupamiento de láminas que en laminados con agrupamiento de sub-laminados [144].

2.4.3. Modelos Simplificados para Predecir la Resistencia de Laminados con Agujero

La resistencia de un laminado de material compuesto con agujero depende de la configuración del laminado, de la secuencia de apilamiento, del tamaño del agujero y del tamaño del laminado como ya se ha explicado en el punto anterior. Para estudiar dicha dependencia, existen diferentes modelos en la literatura capaces de predecir la resistencia última del laminado. Una revisión completa sobre estos modelos se puede encontrar en [142].

A continuación se realiza una breve revisión de los modelos de fallo más utilizados para predecir la resistencia de los materiales compuestos con agujeros circulares y grietas rectas, los cuales se pueden dividir en: modelos basados en la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal (LEFM) como el modelo de Waddoups [61], el de Mar-Lin [62] o el de Eriksson y Aronsson [74], y modelos de fallo basados en tensiones como el criterio de tensión puntual (PSC) y el criterio de tensión promedia (ASC) de Whitney y Nuismer [59, 60].

Uno de los primeros modelos fue propuesto por Waddoups et al. en el año 1971 [61], los cuales utilizan un modelo basado en la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal (LEFM). El modelo depende de dos parámetros (la tensión de rotura del laminado sin agujero σ_0 y la longitud característica d_0) para predecir la resistencia de laminados de material compuesto con un agujero o fisura. De acuerdo con su modelo, existe una zona o región de daño con una energía intensa, adyacente a puntos de concentración de tensiones, tales como agujeros, entallas o fisuras. Esta zona de daño constituye un volumen característico del material que se debe someter a un nivel crítico de tensión antes de la fractura. El tamaño de la zona de daño se caracteriza por una dimensión de fisura inicial a_0 , muy similar a la zona plástica en un material metálico. Por lo tanto, un agujero o fisura de longitud $2a$

puede ser visualizada como que tiene una longitud efectiva de $2(R + d_0)$ (ver figura 2.16), de manera que el factor de intensidad de tensiones K_t , en el extremo del agujero está dado por

$$K_t = f_w \cdot \sigma_N^{ROT} \sqrt{\pi(R + d_0)} \quad (2.3)$$

La resistencia última del laminado con defecto, σ_N^{ROT} , se aproximará a la resistencia última del laminado sin defecto σ_0 a medida que el tamaño de la entalla se aproxime a cero en la ecuación (2.3). Entonces la resistencia de un laminado con defecto puede calcularse como

$$\sigma_N^{ROT} = \frac{\sigma_0}{f_w} \cdot \sqrt{\frac{d_0}{R + d_0}} \quad (2.4)$$

donde f_w es el factor de corrección para placas de ancho finito. Dicho factor es función del radio del agujero y el ancho de la placa, pero no de las propiedades del material.

Este modelo deja de lado por completo la falta de homogeneidad de un material compuesto real. El K_t bajo condiciones experimentales no es un valor constante, y el parámetro d_0 es una constante empírica sin significado físico aparente.

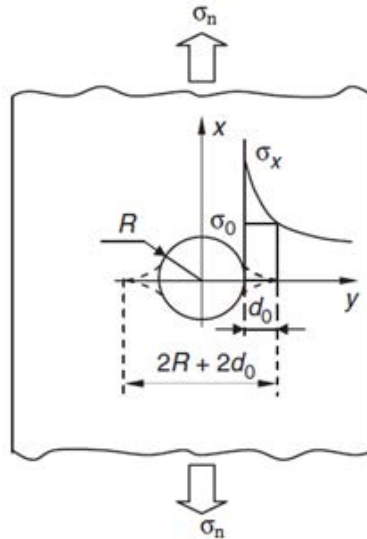


Figura 2.16. Distribución de tensiones cerca del agujero en una placa infinita [34].

El modelo de Mar-Lin [62] también está basado en la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal, y proponen que la rotura del laminado esté gobernada por la siguiente expresión

$$\sigma_N^{ROT} = H_c \cdot (2c)^{-n} \quad (2.5)$$

donde σ_N^{ROT} es la tensión de rotura, $2c$ puede ser tanto el diámetro del agujero como la longitud de la fisura y H_c es la tenacidad de fractura del laminado. El exponente n se define como el valor de la singularidad de tensión en la punta de una discontinuidad situada en la interfase fibra/matriz.

Los criterios más populares utilizados para predecir la resistencia mecánica de laminados compuestos con un agujero o grietas de frente recto son los criterios tensionales propuestos por Whitney y Nuismer [59, 60]. El primero de los criterios formulado por Whitney y Nuismer es el llamado criterio de tensión puntual (*Point Stress Criterion, PSC*). Dicho criterio asume que el fallo de un laminado con agujero, ocurre cuando la tensión normal a lo largo de la placa σ_x (figura 2.16), a una determinada distancia característica d_0 desde el borde del agujero, es mayor o igual a la resistencia del laminado sin entalla o agujero σ_0 , es decir

$$\sigma_x(0, y)|_{y=R+d_0} = \sigma_0 \quad (2.6)$$

El segundo de los criterios propuesto por Whitney y Nuismer para interpretar el fallo, es el criterio de tensión promedia (*Average Stress Criterion, ASC*). Este criterio asume que, el fallo ocurre cuando la tensión media a lo largo de una distancia característica a_0 , medida desde el extremo del orificio, alcanza la resistencia mecánica a tracción del laminado sin agujero σ_0 , o lo que es lo mismo

$$\frac{1}{a_0} \int_R^{R+a_0} \sigma_x(0, y) dy = \sigma_0 \quad (2.7)$$

Tanto la distancia característica d_0 como a_0 han de obtenerse mediante la realización de ensayos experimentales.

Ambos criterios han sido utilizados con bastante éxito por diversos autores como: Camanho et al. [65], Lagace et al. [158], Liu et al. [34], Govindan et al. [66], Pandita et al. [18] o Chen et al. [24] para predecir la resistencia última de laminados con agujero.

En el capítulo 3 de la presente Tesis se explican exhaustivamente ambos criterios (ASC y PSC), ya que se van a aplicar como una herramienta de diseño que nos permita obtener los valores de las distancias características d_0 y a_0 de manera precisa.

Eriksson y Aronsson [74] desarrollaron una solución de forma cerrada llamada Criterio Zonal de Daño (en inglés, *Damage Zone Criterion, DZC*), basado en la suposición de que a partir de un agujero o fisura crece una zona de daño homogénea, perpendicular a la dirección de la carga.

La proyección de la longitud de la zona dañada se determina empíricamente, y el modelo se ve que es un poco mejor a la hora de predecir la resistencia de laminados con agujero que el criterio de tensión puntual (PSC) de Whitney y Nuismer.

Capítulo 3

Estudio de la Resistencia de Laminados con Agujero Mediante Modelos Simplificados

3.1. Introducción

Atendiendo al primer objetivo parcial planteado al inicio de esta Tesis Doctoral, en este capítulo se estudia el efecto de los concentradores de tensiones tipo agujero circular en la resistencia mecánica de laminados simétricos empleando el modelo analítico propuesto por Whitney y Nuismer en 1974 [59, 60].

Las dos variantes del criterio propuesto por Whitney y Nuismer (Criterio de Tensión Puntual, PSC y Criterio de Tensión Promedia, ASC) asumen que el fallo del laminado se producirá cuando la tensión puntual (para PSC) o la tensión promedia (para ASC) a una determinada distancia característica (d_0 y a_0 para PSC y ASC respectivamente) desde el borde del agujero alcance la resistencia del laminado sin agujero.

Los objetivos que se pretenden conseguir con este estudio son: por un lado obtener y verificar si las distancias características d_0 y a_0 son constantes del laminado e independientes de la geometría del agujero, tal y como especifican algunos autores [20, 27, 59, 60], o si por el contrario dependen de algún parámetro geométrico. Por otro lado, se pretende conseguir una metodología capaz de estimar estas distancias características. Para alcanzar estos objetivos el capítulo se ha estructurado de la siguiente manera.

En primer lugar se realiza una introducción a la teoría de Lekhnitskii [58], que permite estimar la distribución de tensiones alrededor de un agujero circular en un laminado infinito sometido a cargas en su plano. En segundo lugar, se explican detalladamente las dos variantes del modelo analítico propuesto por Whitney y Nuismer para estimar la resistencia mecánica de laminados con agujero. En esta Tesis se han adimensionalizado las ecuaciones del modelo con objeto de identificar los parámetros más relevantes. El citado criterio necesita resultados experimentales para poder aplicarse, por lo que se han realizado una serie de ensayos experimentales sobre laminados con distintas geometrías y también se han seleccionado resultados de la literatura científica. Finalmente, se presenta una nueva metodología que permite utilizar ambos criterios como una herramienta predictiva capaz de proporcionar la tensión de rotura de un laminado con agujero disponiendo de un número reducido de ensayos.

3.2. Concentración de Tensiones Alrededor de un Agujero

La presencia de discontinuidades en una estructura fabricada a partir de laminados, constituye un parámetro crítico durante el proceso de diseño. La existencia de agujeros en la misma produce un incremento significativo en las tensiones, de ahí la importancia de disponer de modelos que permitan predecir la distribución de tensiones alrededor del agujero así como los valores extremos que éstas alcanzan. Son muchos los modelos que existen para estimar las tensiones alrededor de diversas discontinuidades en un material anisótropo [20, 57-59, 63, 64], pero de todos ellos, el más empleado es el propuesto por S.G. Lekhnitskii [58, 63].

Lekhnitskii [58] resolvió el estado de tensión plana para placas con orificios de diversas geometrías y bajo distintas solicitaciones de carga. Para su resolución, utilizó la Teoría de la Elasticidad bidimensional para un sólido anisótropo empleando el método de variable compleja. El problema plano de un sólido elástico se puede reducir a la determinación de una función de tensiones $F(x, y)$ en una región plana del espacio que satisface una ecuación diferencial de cuarto orden. En el caso de tensión plana, y sin considerar la presencia de fuerzas internas, la función de tensiones satisface la ecuación (3.1).

$$a_{22} \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} - 2 \cdot a_{26} \frac{\partial^4 F}{\partial x^3 \partial y} + (2a_{12} + a_{66}) \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} - 2 \cdot a_{16} \frac{\partial^4 F}{\partial x \partial y^3} + a_{11} \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0 \quad (3.1)$$

donde a_{ij} con $i, j = 1, 2, 6$ son las constantes elásticas de la matriz de rigidez del laminado.

De entre todas las configuraciones propuestas por Lekhnitskii, en esta Tesis se estudia el caso particular de una placa con un agujero circular centrado sometido a un estado de tracción uniaxial tal y como se muestra en la figura 3.1. A partir de la función de tensiones y aplicando las correspondientes condiciones de contorno, se puede calcular la función de distribución de tensiones normales alrededor del agujero.

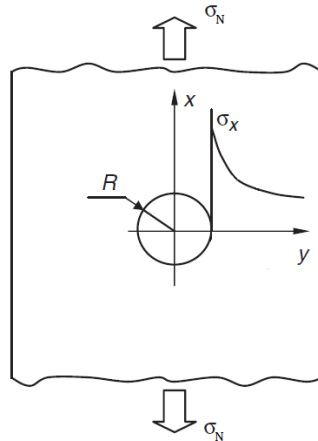


Figura 3.1. Distribución de tensiones normales alrededor de un agujero circular en una placa ortótropa de ancho infinito [34].

Considerando una placa ortótropa de ancho infinito con un agujero centrado de radio R , y sometida a una tensión uniforme σ_N paralela al eje 'x' (figura 3.1), se puede estimar la tensión normal σ_x^∞ a lo largo del eje 'y' mediante la ecuación (3.2)

$$\sigma_x^\infty(y) = \frac{\sigma_N}{2} \left\{ 2 + \left(\frac{R}{y}\right)^2 + 3\left(\frac{R}{y}\right)^4 - (K_t^\infty - 3) \left[5\left(\frac{R}{y}\right)^6 - 7\left(\frac{R}{y}\right)^8 \right] \right\}; y > R \quad (3.2)$$

A partir de la ecuación (3.2) se puede definir el factor de concentración de tensiones para una placa de ancho infinito $K^\infty(y)$ a lo largo del eje 'y' como

$$K^\infty(y) = \frac{\sigma_x^\infty(y)}{\sigma_N} = \left\{ 1 + \frac{1}{2}\left(\frac{R}{y}\right)^2 + \frac{3}{2}\left(\frac{R}{y}\right)^4 - \frac{(K_t^\infty - 3)}{2} \left[5\left(\frac{R}{y}\right)^6 - 7\left(\frac{R}{y}\right)^8 \right] \right\}; y > R \quad (3.3)$$

donde $\sigma_x^\infty(y)$ es tensión normal a lo largo del eje 'y', σ_N es la tensión aplicada en el infinito del laminado, 'y' es la distancia desde el centro del agujero a lo largo del eje 'y' y K_t^∞ es el factor de concentración de tensiones máximo o teórico en el borde del agujero ($y = R$) para una placa ortótropa de ancho infinito y que se puede calcular mediante la ecuación (3.4)

$$K_t^\infty = 1 + \sqrt{\frac{2}{A_{22}} \left(\sqrt{A_{11}A_{22}} - A_{12} + \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{2A_{66}} \right)} \quad (3.4)$$

siendo A_{ij} las componentes de la matriz de rigidez del laminado en el plano $[A]$ según la teoría del laminado.

Para poder calcular K_t^∞ según la ecuación (3.4) se necesita conocer previamente la matriz de rigidez del laminado en tensión plana $[A]$, la cual se define de la siguiente manera

$$[A] = \sum_i^N [\bar{Q}]_i \cdot h_i \quad (3.5)$$

donde h_i es el espesor de cada lámina y $[\bar{Q}]$ es la matriz de rigidez de cada lámina en ejes globales, definida según la ecuación (3.6) [20, 57]

$$[\bar{Q}] = [T]^{-1} \cdot [Q] \cdot [F] \quad (3.6)$$

siendo $[T]$ y $[F]$ las matrices de cambio de base, las cuales se calculan atendiendo a las expresiones (3.7) y (3.8) respectivamente, donde $m = \cos \alpha$ y $n = \sin \alpha$, siendo α el ángulo que forman los ejes locales de la lámina con los ejes globales del laminado. Y $[Q]$ es la matriz de rigidez en ejes locales de cada lámina, definida según la ecuación (3.9), donde ν_{21} es el coeficiente de Poisson principal de la lámina y se calcula mediante la ecuación (3.10).

$$[T] = \begin{pmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

$$[F] = \begin{pmatrix} m^2 & n^2 & mn \\ n^2 & m^2 & -mn \\ -2mn & 2mn & m^2 - n^2 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

$$[Q] = \begin{pmatrix} \frac{E_1}{1 - \nu_{21} \cdot \nu_{12}} & \frac{\nu_{21} \cdot E_2}{1 - \nu_{21} \cdot \nu_{12}} & 0 \\ \frac{\nu_{12} \cdot E_1}{1 - \nu_{21} \cdot \nu_{12}} & \frac{E_2}{1 - \nu_{21} \cdot \nu_{12}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

$$\nu_{12} = \frac{E_2}{E_1} \cdot \nu_{21} \quad (3.10)$$

Las ecuaciones (3.3) y (3.4) son válidas para laminados simétricos equilibrados sometidos a una carga uniaxial en el plano. En el caso de laminados no equilibrados o no simétricos aparecen fenómenos de acoplamiento que no son recogidos en las ecuaciones anteriores. En el primer tipo de laminados (no equilibrados) los términos A_{16} y A_{26} de la matriz $[A]$ son no nulos y en el segundo tipo (no simétricos) la matriz $[B]$ es no nula. Tampoco es válida para el caso de cargas que generan esfuerzos de flexión [57].

Por otro lado, la ecuación (3.4) no predice ninguna influencia del tamaño de la probeta (R y W) sobre el factor de concentración de tensiones, influencia que varios autores han demostrado experimentalmente [33, 35, 37-42, 144], observándose una disminución de resistencia a medida que aumenta el diámetro del agujero. Esto se atribuye al hecho de que se crea una zona de daño próxima al borde del agujero. Si el agujero es muy pequeño apenas se aprecia disminución en la resistencia, mientras que si el agujero es grande el área de daño alrededor de éste es grande, produciéndose una debilitación del material [57].

La distribución de tensiones definida según la ecuación (3.2) o el factor de concentración de tensiones definido según la ecuación (3.3), sólo son válidas para placas de ancho infinito. Para poder utilizar dichas expresiones con placas de ancho finito, es necesario aplicar un factor de corrección geométrico.

Por definición, un factor de corrección para placas de ancho finito (*Finite-Width Correction factor*, FWC) es un factor de escala que se aplica al multiplicar la solución de una placa de ancho infinito con agujero para obtener el resultado de la placa de ancho finito [20]. De acuerdo a esta definición, y asumiendo que el perfil de tensiones normales para una placa finita $\sigma_x(y)$ es idéntico al de una placa infinita $\sigma_x^\infty(y)$ (ecuación 3.2) a excepción de por un factor de corrección, se puede escribir que

$$\frac{K_t}{K_t^\infty} \cdot \sigma_x^\infty(y) = \sigma_x(y) \quad (3.11)$$

donde K_t/K_t^∞ es el factor de corrección f_w , y K_t y K_t^∞ son los factores de concentración de tensiones en el borde del agujero para una placa finita y una placa infinita respectivamente. Los parámetros $\sigma_x(y)$ y $\sigma_x^\infty(y)$ son las componentes normales de la tensión en dirección 'x' para una placa finita e infinita respectivamente.

El factor de corrección de tamaño f_w para un laminado anisótropo puede deducirse mediante la correcta utilización de la distribución de tensiones alrededor de un agujero de una placa ortótropa

infinita, ecuación (3.2). Considerando las condiciones de equilibrio (resultante de fuerzas) en la dirección de aplicación de la carga, según los ejes mostrados en la figura 3.1, e integrando la ecuación (3.11)

$$R \cdot f_w \int_1^{W/2R} \sigma_x^\infty(y) \cdot dy = R \int_1^{W/2R} \sigma_x(y) \cdot dy = \frac{W}{2} \cdot \sigma_N \quad (3.12)$$

Introduciendo la ecuación (3.2) en (3.12) se obtiene el factor de corrección para una placa ortótropa de ancho finito con agujero circular

$$f_w = \left(\frac{3 \left(1 - \frac{2R}{W}\right)}{2 + \left(1 - \frac{2R}{W}\right)^3} + \frac{1}{2} \left(\frac{2R}{W} M\right)^6 \cdot (K_t^\infty - 3) \left[1 - \left(\frac{2R}{W} M\right)^2\right] \right)^{-1} \quad (3.13)$$

donde R y W son el radio del agujero y el ancho de la placa respectivamente, K_t^∞ vuelve a ser el factor de concentración de tensiones teórico en el borde del agujero y M es un factor de magnificación que sólo depende de $2R/W$ y es independiente de las propiedades del material, quedando definido según la ecuación (3.14).

$$M = \sqrt{\frac{1 - 8 \cdot \left[\frac{2 + \left(1 - \frac{2R}{W}\right)^3}{3 \left(1 - \frac{2R}{W}\right)} - 1 \right] - 1}{2 \cdot \left(\frac{2R}{W}\right)^2}} \quad (3.14)$$

S.C. Tan [20] comprobó que utilizando este factor de corrección definido según la ecuación (3.13), se obtienen muy buenos resultados tanto para placas ortótropas como isotrópas incluso para relaciones geométricas $2R/W$ cercanas al 90%.

Para laminados cuasi-isótropos que contiene un agujero circular, la ecuación del factor de corrección puede simplificarse mediante la ecuación (3.15)

$$f_w = \frac{2 + \left(1 - \frac{2R}{W}\right)^3}{3 \left(1 - \frac{2R}{W}\right)} \quad (3.15)$$

Whitney y Nuismer [60], así como S.C. Tan [20], comprobaron que el factor de corrección definido a partir de la ecuación (3.14) proporciona resultados muy próximos a los experimentales siempre y cuando la relación entre el diámetro del agujero y el ancho de la placa sea inferior a 0.5.

A la vista de ambas expresiones (3.13) y (3.15), en la presente Tesis se ha seleccionado el factor de corrección correspondiente a laminados ortótropos (3.13) por ser éste el caso más genérico dentro de los materiales compuestos.

Por lo tanto, una vez seleccionada la expresión del factor de corrección f_w , se puede obtener la distribución de tensiones alrededor del agujero para una placa de ancho finito $\sigma_x(y)$ según la ecuación (3.16)

$$\sigma_x(y) = \sigma_x^\infty(y) \cdot f_w; \quad y > R \quad (3.16)$$

Sustituyendo la ecuación (3.2) en (3.16), se obtiene una ecuación que permite determinar la tensión alrededor de un agujero de radio R en un laminado simétrico equilibrado de anchura W , sometido a un estado de carga uniaxial σ_N .

$$\sigma_x(y) = \frac{\sigma_N}{2} \left\{ 2 + \left(\frac{R}{y}\right)^2 + 3 \left(\frac{R}{y}\right)^4 - (K_t^\infty - 3) \left[5 \left(\frac{R}{y}\right)^6 - 7 \left(\frac{R}{y}\right)^8 \right] \right\} \cdot f_w; \quad y > R \quad (3.17)$$

Por tanto, el factor de concentración de tensiones para una placa de ancho finito $K(y)$ a lo largo del eje 'y' se puede calcular como

$$K(y) = \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{R}{y}\right)^2 + \frac{3}{2} \left(\frac{R}{y}\right)^4 - \frac{(K_t^\infty - 3)}{2} \left[5 \left(\frac{R}{y}\right)^6 - 7 \left(\frac{R}{y}\right)^8 \right] \right\} \cdot f_w; \quad y > R \quad (3.18)$$

3.3. Modelo Analítico de Whitney y Nuismer

Como ya se comentó anteriormente, cualquier irregularidad presente en un laminado, como es el caso de un agujero, modifica los valores tensionales en sus proximidades, por lo general elevándolos por encima de los valores calculados lejos del agujero. Son muchos los modelos capaces de predecir la resistencia de laminados con agujero, pero en esta Tesis se utiliza el propuesto por Whitney y Nuismer [59, 60], ya que es el más utilizado por diversos autores.

Surge por tanto la necesidad de introducir el concepto de factor de concentración de tensiones efectivo K_e , también conocido como el factor de concentración de tensiones en el momento de la rotura del material o la relación de la resistencia a rotura de un material con agujero, quedando definido según la ecuación (3.19)

$$K_e = \frac{\sigma_0}{\sigma_N^{rot}} \quad (3.19)$$

donde σ_0 es la tensión de rotura o resistencia a tracción del laminado sin agujero y σ_N^{rot} es la tensión de rotura del laminado con agujero. Por norma general, $\sigma_N^{rot} < \sigma_0$ de manera que $K_e > 1$. El factor K_e no sólo depende de la geometría de la probeta (especialmente del diámetro del agujero) y de la naturaleza de la carga, sino que también depende de las propiedades del material.

De esta manera, conociendo el valor de K_e y la resistencia del laminado sin agujero σ_0 , se puede determinar la tensión de rotura del laminado con agujero σ_N^{rot} a partir de la ecuación (3.20)

$$\sigma_N^{rot} = \frac{\sigma_0}{K_e} \quad (3.20)$$

Whitney y Nuismer propusieron dos criterios de daño capaces de estimar la tensión de rotura de laminados con agujero, el criterio de tensión puntual (PSC) y el criterio de tensión promedia (ASC). Ambos se basan en el concepto del factor de concentración de tensiones efectivo definido

anteriormente. A continuación se presentan ambos criterios de manera detallada y se muestran sus ecuaciones más relevantes, las cuales se van a utilizar posteriormente para proponer una nueva metodología que permita obtener las tensiones de rotura de laminados con agujero a partir de una pequeña cantidad de resultados experimentales.

3.3.1. Criterio de Fallo de Tensión Puntual (PSC)

El primero de los criterios formulado por Whitney y Nuismer para estimar la tensión de rotura de un laminado con agujero (figura 3.2.a) es el llamado criterio de tensión puntual (*Point Stress Criterion, PSC*) [59, 60]. Este criterio asume que el fallo del laminado se producirá cuando σ_x alcanza el valor de la resistencia mecánica a tracción del laminado sin agujero σ_0 a una determinada distancia d_0 desde el borde del agujero, ecuación 3.21.

$$\sigma_x(y)|_{y=R+d_0} = \sigma_0 \quad (3.21)$$

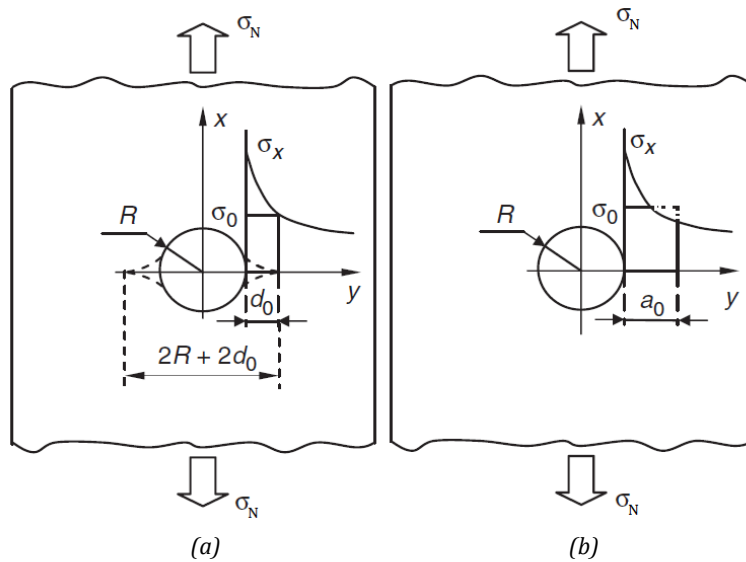


Figura 3.2. Distribución de tensiones cerca del agujero en una placa infinita. a) criterio de tensión puntual (PSC), y b) criterio de tensión promedia (ASC) [34].

Acorde a la definición del criterio de tensión puntual, el fallo ocurre cuando la tensión σ_x , calculada a partir de la ecuación (3.17), a una determinada distancia d_0 desde el extremo del agujero, alcanza el valor de la resistencia mecánica a tracción del laminado σ_0 . Es decir, $\sigma_x = \sigma_0$ para $y = R + d_0$, o lo que es lo mismo

$$\sigma_x(R + d_0) = \sigma_N^{rot} \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \xi_1^2 + \frac{3}{2} \xi_1^4 - \frac{(K_t^\infty - 3)}{2} \cdot (5\xi_1^6 - 7\xi_1^8) \right] \cdot f_w = \sigma_0 \quad (3.22)$$

donde K_t^∞ viene dado por la ecuación (3.4), σ_N (tensión aplicada en el laminado) en la ecuación (3.17) se ha sustituido por σ_N^{rot} (resistencia de un laminado con agujero o tensión de rotura del laminado), f_w es el factor de corrección geométrica definido según la ecuación (3.13) y ξ es un factor geométrico definido según la ecuación (3.23)

$$\xi_1 = \frac{R}{R + d_0} \quad (3.23)$$

siendo R el radio del agujero y d_0 una distancia característica. Encontrar el valor de la distancia característica d_0 requiere de un gran número de ensayos experimentales para cada laminado en cuestión. Algunos autores [20, 57, 59, 60] indican que d_0 tomando valores comprendidos entre 1 y 2 se suelen obtener buenos resultados, además consideran la distancia característica d_0 como una propiedad del laminado independiente del diámetro del agujero. Otros autores [34, 64-67] afirman que d_0 depende del tamaño del agujero y por tanto no se puede considerar una propiedad del material. Así por ejemplo, Karlak [67] estableció que la distancia característica d_0 es proporcional a la raíz cuadrada del radio del agujero.

Debido a la falta de acuerdo entre autores con respecto al valor que toma d_0 y las variables de las que depende, como por ejemplo el diámetro del agujero, en esta Tesis se ha decidido proponer una nueva metodología con la que poder determinar la dependencia de dichos valores.

A partir de la ecuación (3.22) y (3.20) se puede obtener el factor de concentración de tensiones efectivo K_e para el criterio PSC, ecuación (3.24),

$$K_e^{PSC} = \frac{\sigma_0}{\sigma_N^{rot}} = \left[1 + \frac{1}{2} \xi_1^2 + \frac{3}{2} \xi_1^4 - \frac{(K_t^\infty - 3)}{2} \cdot (5\xi_1^6 - 7\xi_1^8) \right] \cdot f_w \quad (3.24)$$

donde el término dentro del corchete corresponde con el factor de concentración de tensiones efectivo para una placa de ancho infinito K_e^∞ .

Finalmente, para poder obtener la tensión de rotura de un laminado con agujero σ_N^{rot} aplicando el criterio PSC, se debe utilizar la ecuación (3.25)

$$\sigma_N^{rot, PSC} = \frac{\sigma_0}{\left[1 + \frac{1}{2} \xi_1^2 + \frac{3}{2} \xi_1^4 - \frac{(K_t^\infty - 3)}{2} \cdot (5\xi_1^6 - 7\xi_1^8) \right] \cdot f_w} \quad (3.25)$$

3.3.2. Criterio de Fallo de Tensión Promedio (ASC)

El segundo criterios propuesto por Whitney y Nuismer para estimar la tensión de rotura de un laminado con agujero (figura 3.2.b) es el criterio de tensión promedio (*Average Stress Criterion, ASC*) [59, 60]. Este criterio asume que el fallo ocurre cuando la tensión media a lo largo de una distancia a_0 medida desde el extremo del agujero alcanza el valor de la resistencia mecánica a tracción del laminado sin agujero σ_0 , o lo que es lo mismo

$$\frac{1}{a_0} \int_R^{R+a_0} \sigma_x(y) dy = \sigma_0 \quad (3.26)$$

A partir del criterio ASC, definido según la ecuación (3.26), e introduciendo en ella la expresión correspondiente a la distribución de tensiones σ_x alrededor de un agujero en una placa de ancho finito, ecuación (3.17), se obtiene

$$\frac{1}{a_0} \int_R^{R+a_0} \sigma_x(y) dy = \sigma_N^{rot} \cdot \left[\frac{2 - \xi_2^2 - \xi_2^4 + (K_t^\infty - 3) \cdot (\xi_2^6 - \xi_2^8)}{2(1 - \xi_2)} \right] \cdot f_w = \sigma_0 \quad (3.27)$$

donde K_t^∞ vuelve a ser el factor de concentración de tensiones en el borde del agujero definido según la ecuación (3.4), σ_N (tensión aplicada en el laminado) en la ecuación (3.17) se ha sustituido por σ_N^{rot} (resistencia de un laminado con agujero o tensión de rotura del laminado), f_w es el factor de corrección geométrico definido según la ecuación (3.13) y ξ_2 es un factor geométrico que se define según la ecuación (3.28)

$$\xi_2 = \frac{R}{R + a_0} \quad (3.28)$$

siendo a_0 una distancia característica. El parámetro a_0 corresponde con la distancia a la cual se halla el promedio de las tensiones medias desde el borde del agujero. Al igual que para el criterio de tensión puntual (PSC), en la literatura científica [20, 57, 59, 60] se especifica que la distancia característica a_0 es una constante empírica, dependiente del tipo de material e independiente del tamaño del agujero, siendo necesario una gran cantidad de ensayos experimentales para poder obtener su valor. Según varios autores [36, 60, 159], valores de a_0 comprendidos entre 2.5 y 5 mm parecen producir aproximaciones relativamente buenas en comparación con resultados experimentales. No obstante, otros autores [34, 65, 66] afirman que a_0 sí tiene dependencia con el diámetro del agujero.

Al igual que para el criterio PSC, debido a la falta de acuerdo entre autores, en esta Tesis Doctoral se ha propuesto una nueva metodología con la que estudiar dicha dependencia.

Relacionando las ecuaciones (3.27) y (3.20) se puede obtener el factor de concentración de tensiones efectivo K_e del laminado para el criterio ASC, ecuación (3.29)

$$K_e^{ASC} = \frac{\sigma_0}{\sigma_N^{rot}} = \left[\frac{2 - \xi_2^2 - \xi_2^4 + (K_t^\infty - 3) \cdot (\xi_2^6 - \xi_2^8)}{2(1 - \xi_2)} \right] \cdot f_w \quad (3.29)$$

Por último, la expresión que permite obtener la tensión de rotura de un laminado con agujero, aplicando el criterio ASC, es la mostrada en la ecuación (3.30)

$$\sigma_N^{rot, ASC} = \frac{\sigma_0}{\left[\frac{2 - \xi_2^2 - \xi_2^4 + (K_t^\infty - 3) \cdot (\xi_2^6 - \xi_2^8)}{2(1 - \xi_2)} \right] \cdot f_w} \quad (3.30)$$

3.4. Adimensionalización del Modelo Analítico de Whitney y Nuismer

Analizando las expresiones (3.25) y (3.30), que sirven para obtener la tensión de rotura de un laminado según los criterios PSC y ASC respectivamente, se observa como ambos criterios dependen de tres parámetros (σ_0 , f_w y ξ). De estos tres parámetros, σ_0 es un valor constante del laminado que se obtiene experimentalmente, f_w (ecuación (3.13)) depende del radio del agujero y del ancho de la placa, y los factores geométricos ξ_1 y ξ_2 dependen del radio del agujero y de las distancias características d_0 y a_0 respectivamente. Se puede afirmar por tanto, que las distancias características d_0 y a_0 no sólo dependen del radio del agujero, tal y como afirman algunos autores [34, 65, 66], sino que también dependen del ancho de la placa. Por tanto queda claro que no es posible, tal y como afirman algunos autores [20, 57, 59, 60], considerar d_0 y a_0 como propiedades constantes del laminado.

Con objeto de definir los parámetros de los que realmente dependen las variables del modelo de Whitney y Nuismer, en la presente Tesis se ha decidido emplear variables adimensionales. Para ello,

se ha definido la relación geométrica $2R/W$ como parámetro de adimensionalización de la siguiente manera

$$\eta = \frac{2R}{W} \quad (3.31)$$

de manera que la ecuación (3.13), correspondiente al factor de corrección para una placa ortótropa de ancho finito f_w pasa a tomar la siguiente forma

$$f_w = \left(\frac{3(\eta)}{2 + (1 - \eta)^3} + \frac{1}{2}(\eta \cdot M)^6 \cdot (K_t^\infty - 3)[1 - (\eta \cdot M)^2] \right)^{-1} \quad (3.32)$$

donde M es el parámetro de magnificación expresado en función del parámetro adimensional η y definido mediante la ecuación (3.33)

$$M = \sqrt{\frac{1 - 8 \cdot \left[\frac{2 + (1 - \eta)^3}{3(1 - \eta)} - 1 \right] - 1}{2 \cdot (\eta)^2}} \quad (3.33)$$

Por otro lado, las longitudes características d_0 y a_0 se han adimensionalizado dividiéndolas entre el ancho de la placa, quedando de la siguiente manera

$$\hat{d}_0 = \frac{d_0}{W} \quad (3.34)$$

$$\hat{a}_0 = \frac{a_0}{W} \quad (3.35)$$

donde (^) implica que la variables se han adimensionalizado.

Introduciendo las ecuaciones (3.31), (3.34) y (3.35) en las ecuaciones (3.23) y (3.28), se obtienen los nuevos factores geométricos ξ_1 y ξ_2 adimensionalizados

$$\xi_1 = \frac{2R/W}{2R/W + 2d_0/W} = \frac{\eta}{\eta + 2 \cdot \hat{d}_0} \quad (3.36)$$

$$\xi_2 = \frac{2R/W}{2R/W + 2a_0/W} = \frac{\eta}{\eta + 2 \cdot \hat{a}_0} \quad (3.37)$$

Mediante la definición de estas variables adimensionales, ecuaciones (3.31) a (3.37), se pueden reescribir las ecuaciones del factor de concentración de tensiones efectivo K_e y de la tensión de rotura de un laminado con agujero σ_N^{rot} para ambos criterios (PSC y ASC). De esta manera, todas las ecuaciones dependerán exclusivamente del parámetro η definido según la ecuación (3.31) y de las distancias características adimensionales \hat{d}_0 y \hat{a}_0 tal y como se muestra a continuación.

Las ecuaciones (3.38) y (3.39) corresponden al factor de concentración de tensiones efectivo expresado en variables adimensionales según el criterio PSC (\hat{K}_e^{PSC}) y ASC (\hat{K}_e^{ASC}) respectivamente.

$$K_e^{PSC} = \left[1 + \frac{1}{2}\xi_1^2 + \frac{3}{2}\xi_1^4 - \frac{(K_t^\infty - 3)}{2} \cdot (5\xi_1^6 - 7\xi_1^8) \right] \cdot \hat{f}_w \quad (3.38)$$

$$K_e^{ASC} = \left[\frac{2 - \xi_2^2 - \xi_2^4 + (K_t^\infty - 3) \cdot (\xi_2^6 - \xi_2^8)}{2(1 - \xi_2)} \right] \cdot \hat{f}_w \quad (3.39)$$

Por otro lado, la tensión de rotura del laminado con agujero también puede expresarse en función de las variables adimensionales, tal y como se muestra en las ecuaciones (3.40) y (3.41) para cada uno de los criterios.

$$\sigma_N^{rot,PSC} = \frac{\sigma_0}{\left[1 + \frac{1}{2}\xi_1^2 + \frac{3}{2}\xi_1^4 - \frac{(K_t^\infty - 3)}{2} \cdot (5\xi_1^6 - 7\xi_1^8) \right] \cdot \hat{f}_w} \quad (3.40)$$

$$\sigma_N^{rot,ASC} = \frac{\sigma_0}{\left[\frac{2 - \xi_2^2 - \xi_2^4 + (K_t^\infty - 3) \cdot (\xi_2^6 - \xi_2^8)}{2(1 - \xi_2)} \right] \cdot \hat{f}_w} \quad (3.41)$$

Para poder aplicar ambos criterios, es necesario disponer de resultados experimentales tanto de laminados con agujero como sin él. En la presente Tesis se han realizado ensayos experimentales con el fin de aplicar el modelo de Whitney y Nuismer, y además se han seleccionado otros resultados experimentales de la literatura científica. A continuación, se muestra el procedimiento experimental llevado a cabo, y en el apartado 3.6 se resumen los resultados obtenidos así como los escogidos de la literatura científica.

3.5. Procedimiento Experimental

Durante el desarrollo de la presente Tesis se han llevado a cabo ensayos experimentales con el fin de estudiar el comportamiento a tracción de laminados con y sin agujero. Dichos resultados se han utilizado para evaluar el modelo adimensionalizado de Whitney y Nuismer descrito en el apartado 3.4 con el fin de estimar los valores de \hat{d}_0 y \hat{a}_0 así como la tensión de rotura del laminado. También se han utilizado en el capítulo 7 para validar el modelo detallado utilizado en la presente Tesis Doctoral.

Este bloque se estructura de la siguiente manera. En primer lugar, se describe el material empleado así como la configuración de las probetas ensayadas. En segundo lugar, se explica el procedimiento experimental llevado a cabo para estimar la carga de rotura de los laminados. Por último, se presenta la metodología utilizada para evaluar el daño de cada una de las probetas.

3.5.1. Material Utilizado y Configuración de las Probetas

El laminado seleccionado para realizar los ensayos experimentales es el compuesto por la fibra de carbono AS-4 y la matriz termoestable 3501-6, con una secuencia de apilamiento cuasi-isótropa $[-45/45/90/0]_s$ y un espesor de lámina de 0.2mm.

Todas las probetas ensayadas se han obtenido de un panel de material compuesto de 450mm x 450mm, las cuales tienen una longitud $L = 200\text{mm}$, un ancho $W = 36\text{mm}$ y un espesor $t = 1.6\text{mm}$. Se han ensayado probetas con tres diámetros de agujero distintos $D = 6\text{mm}$, 8mm y 10mm (situados en el centro geométrico), y también se han analizado probetas sin agujero, tal y como se muestra en la figura 3.3. Para cada geometría se han ensayado 4 probetas con el fin de obtener un valor promedio y la dispersión.

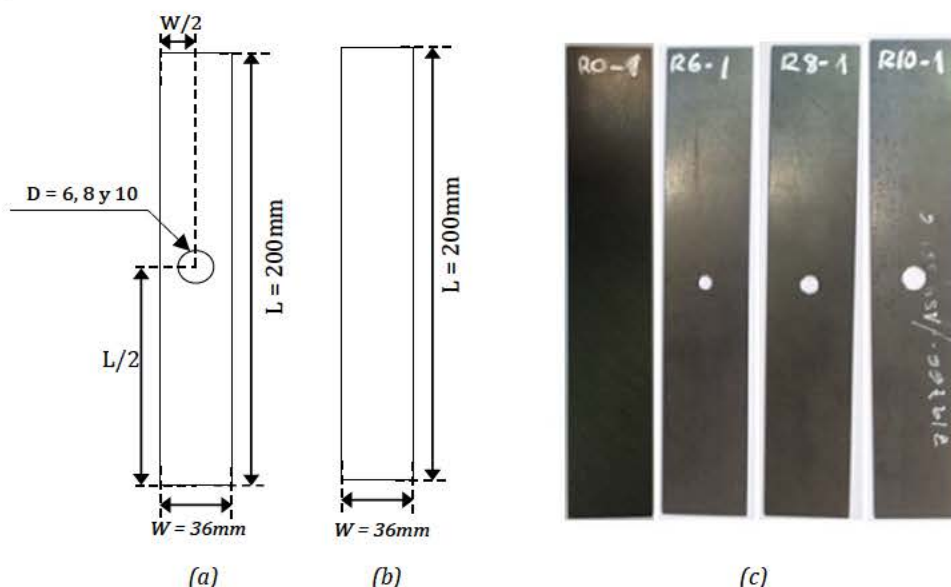


Figura 3.3. Geometría de las probetas. (a) Sin agujero, (b) Con agujero y (c) Ejemplo de cada una de las probetas ensayadas (de arriba abajo: sin agujero, $D = 6\text{mm}$, $D = 8\text{mm}$ y $D = 10\text{mm}$).

El mecanizado de las probetas se realizó mediante una cuchilla con recubrimiento de diamante. Los agujeros se mecanizaron con calidad de clase 1 (usada en la industria aeroespacial), para evitar la delaminación en las regiones cercanas a los puntos de inserción y salida de la broca. Todos los especímenes se inspeccionaron mediante técnica C-Scan antes de ser ensayados para garantizar que no existía daño tras el proceso de mecanizado.

3.5.2. Ensayo de Tracción Uniaxial

Los ensayos se realizaron de acuerdo a las normas ASTM D3039/D3039M-95a [160] y ASTM D5766/D5766D-11 [161], utilizando para ello la máquina universal Instron 8516 (figura 3.4) del laboratorio del Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras, la cual posee una célula de carga capaz de soportar una fuerza máxima de 100kN y un recorrido máximo de pistón de $\pm 75\text{mm}$. La longitud de amarre de cada una de las mordazas es de 51mm , quedando por tanto una longitud libre en todas las probetas de $L_0 = 98\text{mm}$ (cumpliéndose así las especificaciones de las dos normas [160, 161]); y la velocidad impuesta al pistón en todos los ensayos fue de 1mm/min .



Figura 3.4. Máquina universal Instron 8516.

Durante el proceso de ensayo, la máquina guarda un registro de la carga aplicada a lo largo del tiempo así como del desplazamiento producido por el pistón. Con estos datos se obtiene la tensión última de rotura de cada una de las probetas ensayadas. En la próxima sección, se muestra la carga de rotura promedio así como la desviación típica de cada una de las geometrías analizadas, tabla 3.2.

3.5.3. Evaluación del Daño

El daño producido en cada una de las probetas tras su mecanizado así como después de ser ensayados se ha evaluado utilizando una técnica de inspección no destructiva (IND) con el fin de no deteriorar, alterar o afectar de forma permanente las propiedades físicas o químicas del material. En concreto, se ha decidido utilizar la técnica de los ultrasonidos, por ser ésta una de las más utilizadas y eficientes en el análisis de la localización de defectos y daño en laminados de materiales compuestos [162].

Dentro de las distintas técnicas que utilizan los ultrasonidos se ha seleccionado la técnica C-Scan, la cual utiliza el agua como medio acoplante entre el transductor y la pieza a inspeccionar. Esta técnica, a diferencia de las técnicas tradicionales de ultrasonidos por contacto, necesita que tanto el transductor como la pieza estén sumergidos total o parcialmente en un tanque de agua, de tal manera que no sea necesario el contacto directo entre ambos, ya que la onda ultrasónica viajará a través del agua hasta penetrar en la pieza.

El equipo utilizado para realizar las inspecciones ha sido el NC serie 04/500 desarrollado por Tecnitest y perteneciente al departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras, el cual se ha utilizado en su modo pulso-eco y se muestra en la figura 3.5.

La configuración pulso-eco utiliza un único transductor o palpador, formado por un cristal piezoeléctrico, que actúa como emisor y receptor simultáneamente. Dicho transductor (de 1 a 20MHz) emite un pulso de onda ultrasónica que viaja hacia la superficie de la pieza a inspeccionar, donde parte del pulso es reflejado y vuelve al transductor, mientras que la otra parte se sigue propagando a través de la pieza. La presencia de defectos o discontinuidades en el material, provoca la atenuación de la onda emitida, las cuales se pueden cuantificar en dB, identificándose de esta manera las áreas o

regiones donde existe daño. Estos pulsos alcanzan el transductor después de un cierto tiempo de retardo que depende de la velocidad de propagación de la onda ultrasónica en la pieza. Las amplitudes de las ondas transmitidas y reflejadas dependen de las propiedades acústicas del material en cada uno de los puntos de inspección.



Figura 3.5. Equipo C-Scan utilizado para la inspección ultrasónica de las probetas.

A continuación se explican los distintos tipos de eco que pueden aparecer durante el transcurso de una inspección mediante la técnica C-Scan. El eje vertical de las imágenes 3.6 a 3.8 representa los decibelios de la señal recibida por el transductor y el eje horizontal hace referencia a la distancia recorrida por la onda, que también puede expresarse mediante una variable temporal.

Cuando el palpador se encuentra en un punto en el que no existe ningún obstáculo entre el palpador y la placa reflectante, aparecen dos señales o ecos, como se aprecia en la figura 3.6. La primera señal, situada junto al origen, corresponde al eco de emisión del propio transductor, mientras que la segunda señal (situada en la parte derecha) corresponde al eco de la placa reflectante.



Figura 3.6. Señal recibida por el sistema de inspección ultrasónico C-Scan sin probeta.

Cuando entre el palpador y la placa reflectante se interpone una probeta sin daño, se identifican tres ecos, tal y como se muestra en la figura 3.7. El primero de ellos, sigue siendo el eco emitido por el transductor, el segundo corresponde al eco reflejado de la superficie de la probeta, y el tercero es el eco de la placa reflectante, el cual se ve claramente atenuado con respecto al caso explicado anteriormente. La línea horizontal de color rojo que se sitúa sobre esta última señal, se denomina 'puerta', y marca el nivel mínimo de amplitud para el que se considera que no hay daño.

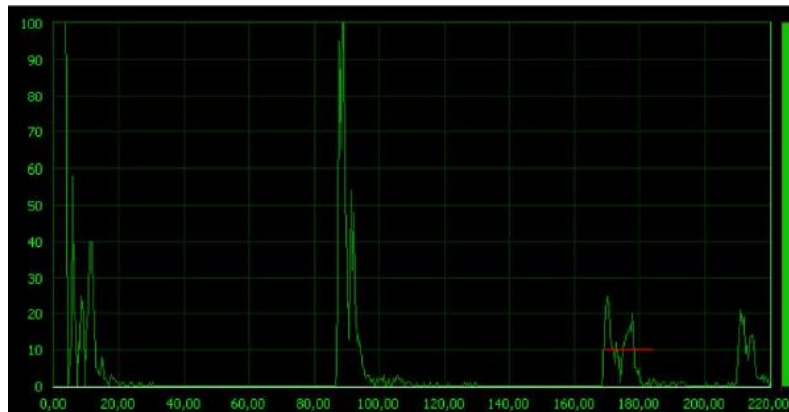


Figura 3.7. Señal recibida por el sistema de inspección ultrasónica C-Scan para una probeta sin daño.

Por último, si entre el transductor y la placa reflectante se interpone una probeta con un cierto daño, la señal reflejada por la placa reflectante se atenúa aún más que en el caso anterior, siendo en este caso la amplitud inferior al nivel de la puerta, tal y como se muestra en la figura 3.8. De esta manera, se puede estimar el nivel de daño en función de la atenuación de la señal reflejada en la placa reflectante.



Figura 3.8. Señal recibida por el sistema de inspección ultrasónica C-Scan para una probeta con daño.

Para evaluar correctamente el daño de las probetas tanto antes como después de ser ensayadas, se realizó previamente la calibración del dispositivo con probetas del material utilizado. Como ya se comentó anteriormente, algunas de las probetas presentan un agujero, por lo que es de especial interés inspeccionarlas después del proceso de mecanizado para garantizar que no se ha producido daño en las zonas próximas al taladro, ya que en caso de existir, ésta debería descartarse en los ensayos. En la figura 3.9.a se muestra una fotografía de la inspección realizada sobre las probetas de diámetro $D = 10\text{mm}$; y a modo de ejemplo se muestra la imagen C-Scan de una probeta de cada una de las geometrías tras ser mecanizadas figura 3.9.b.

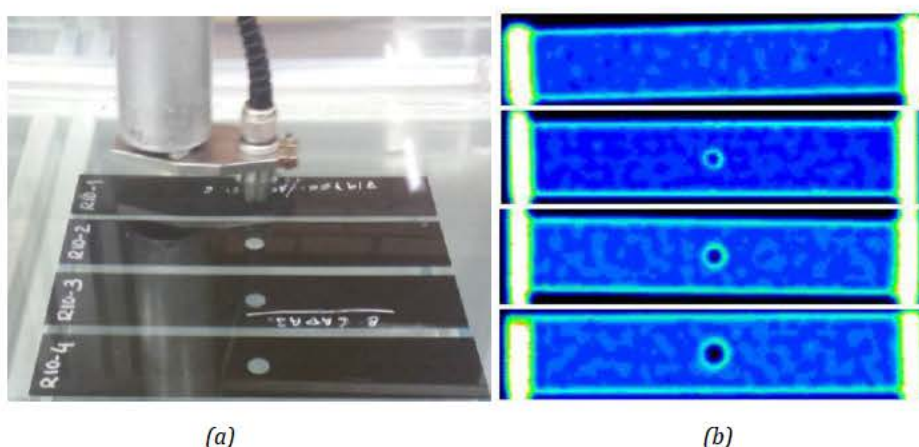


Figura 3.9. (a) Inspección C-Scan de las probetas con diámetro $D = 10\text{mm}$ y (b) Imágenes C-Scan tras el mecanizado (de arriba abajo: sin agujero, $D = 6\text{mm}$, $D = 8\text{mm}$ y $D = 10\text{mm}$).

Los resultados de la inspección C-Scan permiten afirmar que no se ha generado daño en los contornos de las probetas y en las proximidades de los agujeros durante el proceso de corte, por lo que todas las probetas se consideran aptas para ser ensayadas a tracción uniaxial obteniéndose sus cargas últimas de rotura.

3.6. Resultados Experimentales

Como ya se comentó anteriormente, para poder utilizar el modelo adimensionalizado de Whitney y Nuismer es necesario disponer de resultados experimentales de tensiones de rotura de un mismo laminado con y sin agujero. Al menos es necesario disponer de resultados experimentales de tres relaciones geométricas $2R/W$ distintas, así como de la resistencia del laminado sin agujero. Para ello se han seleccionado resultados de la literatura científica y también los resultados obtenidos de los ensayos de tracción uniaxial llevados a cabo en el marco de la presente Tesis. Todos los resultados se muestran a continuación.

3.6.1. Resultados Obtenidos en la Presente Tesis

El laminado seleccionado para la realización de los ensayos experimentales es el AS4/3501-6 con una secuencia de apilamiento $[-45/45/90/0]_s$. Las propiedades de dicho material se han obtenido de la literatura científica [13] y se muestran en la tabla 3.1.

Tabla 3.1. Propiedades mecánicas del AS4/3501-6 [13].

Material	E_1 [GPa]	E_2 [GPa]	G_{12} [GPa]	ν_{12}	t_k [mm]
AS4/3501-6 [13]	123	9.6	4.8	0.31	0.2

A partir del registro de fuerza-desplazamiento adquirido para cada una de las probetas, mediante la realización de los ensayos de tracción uniaxial, cuyos resultados se muestran en la tabla 3.2, se ha obtenido la tensión de rotura para cada una de las geometrías analizadas, sin agujero (tabla 3.3) y con agujero (tabla 3.4).

Tabla 3.2. Resultados experimentales para cada una de las geometrías ensayadas.

W (mm)	R (mm)	F_N (N)
36	0	29266.52 ± 921.21
36	3	18365 ± 592.71
36	4	18359.11 ± 685.58
36	5	14868.38 ± 1252.86

A la vista de los resultados mostrados en la tabla 3.2, se aprecia una disminución en la carga de rotura al aumentar el tamaño del agujero manteniendo constante el ancho de la probeta, tal y como han observado diversos autores [33, 35, 37-42, 144].

En la tabla 3.3 se muestra la resistencia mecánica a tracción del laminado (sin agujero) $[-45/45/90/0]_s$ así como la nomenclatura asignada a dicho laminado de aquí en adelante; y en la tabla 3.4 se muestran el resto de tensiones de rotura de los laminados con agujero, donde se resumen todos los datos necesarios para poder aplicar los modelos PSC y ASC. Se muestran las dimensiones de cada uno de los laminados, su relación geométrica $\eta = 2R/W$, el factor de corrección geométrico f_w y tensión de rotura σ_N^{rot} con sus correspondientes desviaciones para cada uno de los laminados analizados.

Tabla 3.3. Resistencia mecánica a tracción del laminado sin agujero.

Material	Secuencia de Apilamiento	Nomenclatura	σ_0 [MPa]
AS4/35041-6 [9]	$[-45/45/90/0]_s$	L1	512.73 ± 15.97

 Tabla 3.4. Geometría y tensión de rotura σ_N de cada uno de los laminados con agujero.

Sec. Apil.	Laminado	Ancho W [mm]	Radio R [mm]	$\eta = \frac{2R}{W}$	f_w	σ_N^{rot} [MPa]
L1	L1-1	36	3	0.17	1.03	318.84 ± 10.29
	L1-2	36	4	0.22	1.06	318.74 ± 11.90
	L1-3	36	5	0.28	1.10	258.13 ± 21.75

Los resultados mostrados en las tablas 3.3 y 3.4 se han utilizado tanto para predecir los valores de las longitudes características necesarios para utilizar el modelo analítico de Whitney y Nuismer, como para validar el modelo DDM descrito en el capítulo 4.

Se observa como en todos los casos, la relación geométrica $2R/W \leq 90\%$, condición necesaria para poder aplicar f_w según la ecuación (3.32). No obstante, el rango de valores ancho-diámetro ensayado es muy pequeño (de 0.17 a 0.28), por ello se han seleccionado resultados de la literatura científica que proporcionan resultados experimentales para un rango de valores más amplio. A continuación se muestran dichos resultados.

3.6.2. Resultados de la Literatura

El material seleccionado de la literatura [72] es el AS4/3502, de matriz epoxídica y reforzado con fibra de carbono, y cuyas propiedades mecánicas y espesor de lámina t_k se muestran en la tabla 3.5. A su vez se han seleccionado varias secuencias de apilamiento, las cuales se recogen en la tabla 3.6. En dicha tabla también se muestra la resistencia mecánica a tracción σ_0 (sin agujero) de cada uno de los laminados así como la nomenclatura que se utilizará para cada uno de ellos en lo que resta de capítulo.

Tabla 3.5. Propiedades mecánicas y espesor de lámina del AS4/3502 [72].

Material	E ₁ [GPa]	E ₂ [GPa]	G ₁₂ [GPa]	ν_{12}	t _k [mm]
AS4/3502 [72]	143.9	11.9	6.7	0.326	0.1308

Tabla 3.6. Resistencia mecánica a tracción (del laminado sin agujero) y nomenclatura de cada uno de los laminados estudiados del AS4/3502 [72].

Material	Secuencia de Apilamiento	Nomenclatura	σ_0 [MPa]
AS4/3502 [72]	[0/90/±45] _s	L2	695.16
	[0/90 ₂ /0] _s	L3	974.99
	[0 ₂ /±45] _{2s}	L4	989
	[0/90/±45] _{2s}	L5	621

En la tabla 3.7 se muestran las dimensiones, relación geométrica $\eta = 2R/W$, factor de corrección geométrico f_w y tensión de rotura σ_N^{rot} junto con su desviación de cada uno de los laminados. Se observa como en todos los casos, la relación geométrica $\eta \leq 90\%$, condición necesaria para poder aplicar f_w según la ecuación (3.32), tal y como se especifica en [20]. Todos los resultados mostrados en la tabla 3.7 se han obtenido de la literatura [72].

Tabla 3.7. Datos de interés de cada uno de los laminados estudiados [72].

Sec. Apil.	Laminado	Ancho W [mm]	Radio R [mm]	$\eta = \frac{2R}{W}$	f_w	σ_N^{rot} [MPa]
L2	L2-1	12.70	0.2286	0.036	1.00	648.90 ± 42.43
	L2-2	12.70	1.2700	0.200	1.05	435.69 ± 6.02
	L2-3	25.40	3.1750	0.250	1.08	349.04*
	L2-4	25.40	3.8100	0.300	1.12	325.00 ± 12.76
	L2-5	34.80	5.2000	0.290	1.11	311.88*
	L2-6	47.50	7.7500	0.330	1.14	271.32 ± 5.51
L3	L3-1	12.70	0.2286	0.036	1.00	984.64 ± 72.96
	L3-2	12.70	1.2700	0.200	1.05	713.34 ± 35.09
	L3-3	25.40	3.1750	0.250	1.07	560.00*
	L3-4	25.40	3.8100	0.300	1.11	442.00 ± 5.02
	L3-5	47.50	7.7500	0.330	1.30	510.06 ± 10.18
	L4-1	25.40	1.2700	0.100	1.01	758.00
L4	L4-2	37.85	2.5400	0.130	1.02	562.00
	L4-3	24.89	6.3500	0.510	1.42	292.00
	L4-4	25.40	7.7450	0.610	1.71	212.00
	L4-5	38.10	7.7450	0.410	1.23	317.00
	L5-1	18.89	1.2700	0.130	1.02	372.00
L5	L5-2	18.87	3.7600	0.400	1.23	254.00
	L5-3	31.67	6.3250	0.400	1.23	235.00
	L5-4	25.25	7.7200	0.610	1.77	164.00

*Resultados correspondientes a un ensayo

3.7. Aplicación del Modelo de Whitney y Nuismer sobre Laminados Sometidos a Cargas de Tracción

En este apartado, se aplica el modelo adimensionalizado de Whitney y Nuismer propuesto en la sección 3.4 con el fin de obtener los valores de \hat{d}_0 y \hat{a}_0 (distancias características adimensionalizadas) de cada uno de los criterios PSC y ASC respectivamente. Los resultados necesarios para llevar a cabo este estudio son: la resistencia mecánica a tracción σ_0 y la tensión de rotura σ_N^{rot} de cada laminado. Los resultados de los laminados utilizados son los mostrados en las tablas 3.3, 3.4, 3.6 y 3.7.

La obtención de los valores \hat{d}_0 y \hat{a}_0 se ha realizado de forma gráfica aplicando ambos criterios (PSC y ASC). Para cada laminado se ha representado en una misma gráfica la evolución del factor de concentración de tensiones efectivo \hat{K}_e^{PSC} y \hat{K}_e^{ASC} en función de \hat{d}_0 y \hat{a}_0 respectivamente, ecuaciones (3.38) y (3.39). A su vez, se ha representado en la misma gráfica el valor experimental medio de K_e calculado según la ecuación (3.19). El punto donde se corta esta última curva con las dos anteriores, permite obtener los valores de \hat{d}_0 y \hat{a}_0 de cada laminado, tal y como se muestra en las figuras 3.10 a 3.14. Es importante insistir que, para predecir la carga de rotura de un laminado con agujero, es necesario conocer el valor de \hat{d}_0 y \hat{a}_0 . Una vez obtenidos los valores de las distancias características adimensionales, se podría predecir la tensión de rotura del laminado.

Para el caso particular del laminado L3-1, el factor de concentración de tensiones medio experimental K_e es igual a 1, lo cual significa que el radio del agujero es tan pequeño en comparación al ancho de la placa que se puede suponer que el laminado no tiene agujero, y por ello no se muestran resultados gráficos en la figura 3.12 para dicho laminado.

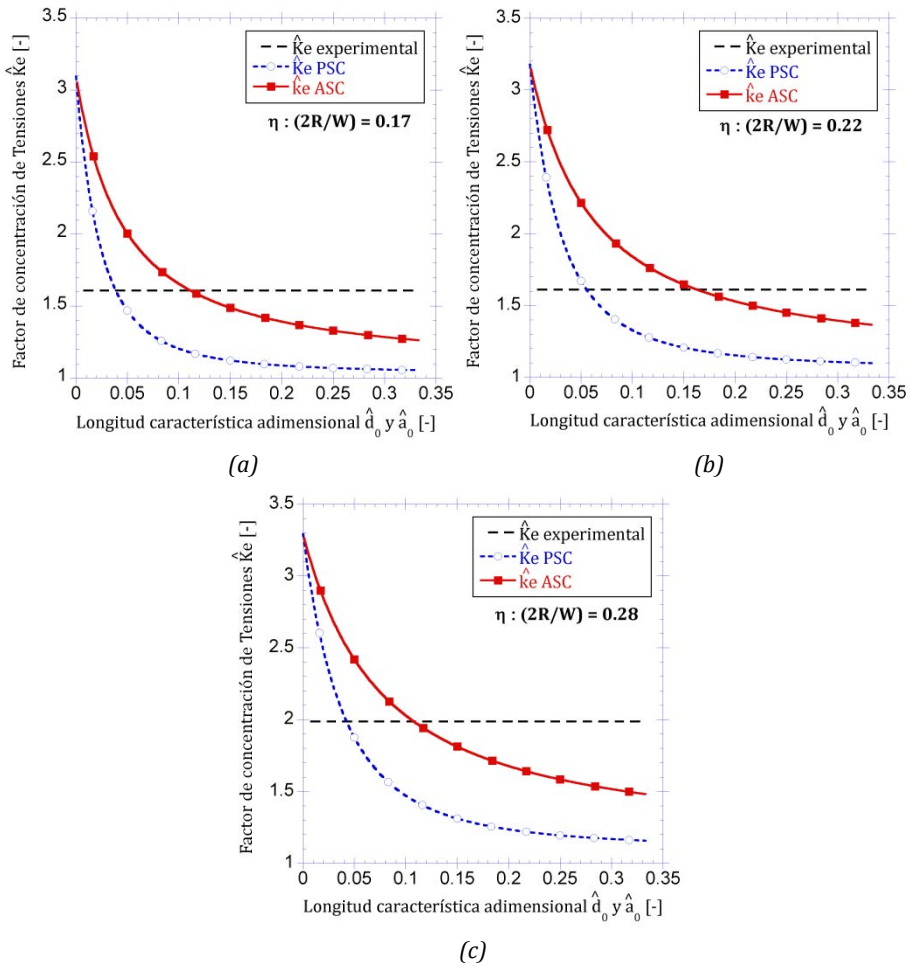


Figura 3.10. Obtención gráfica de las distancias características \hat{d}_0 y \hat{a}_0 (PSC y ASC respectivamente) para el laminado L1. (a) L1-1, (b) L1-2 y (c) L1-3.

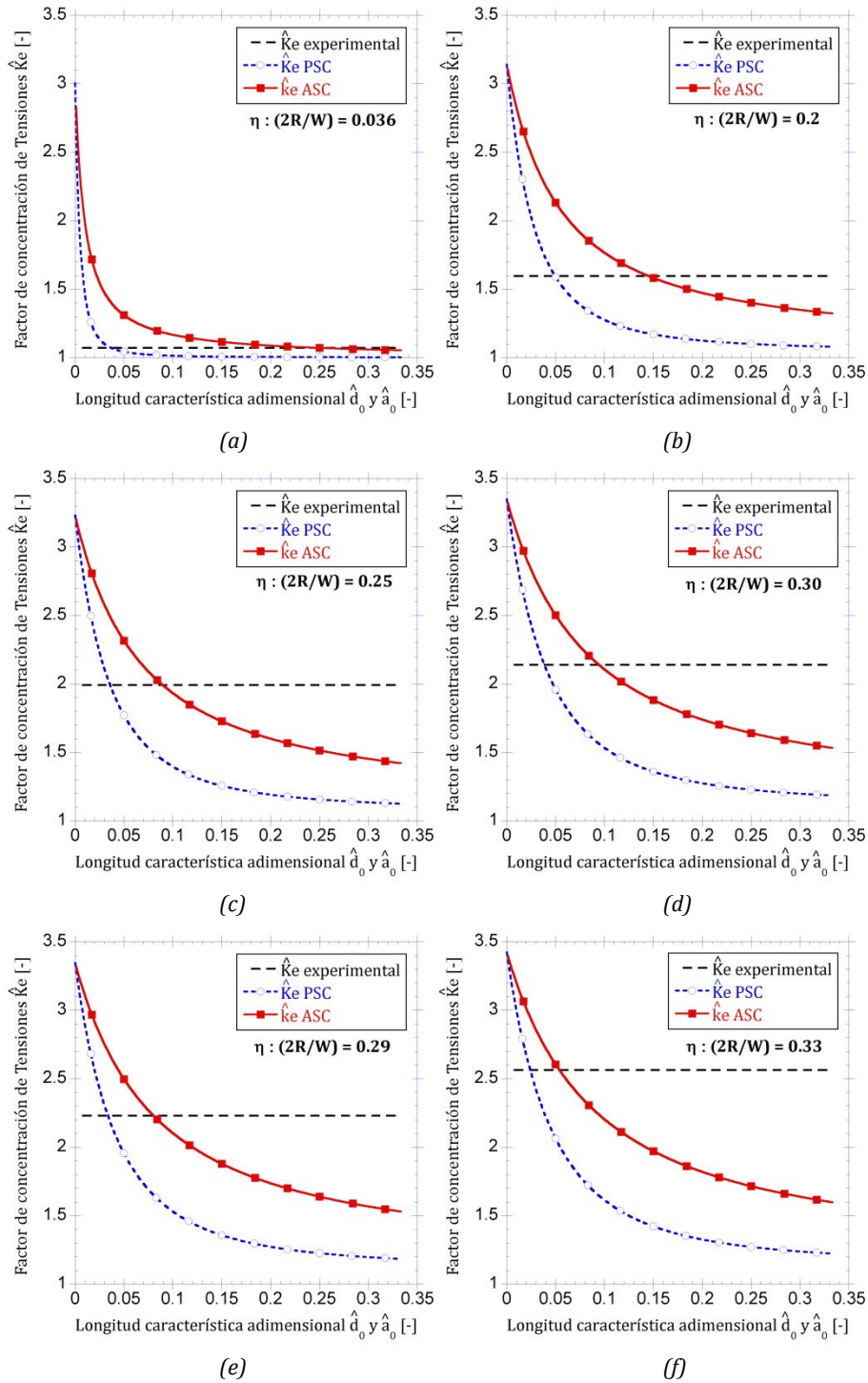


Figura 3.11. Obtención gráfica de las distancias características \hat{d}_0 y \hat{a}_0 (PSC y ASC respectivamente) para el laminado L2. (a) L2-1, (b) L2-2, (c) L2-3, (d) L2-4, (e) L2-5 y (f) L2-6.

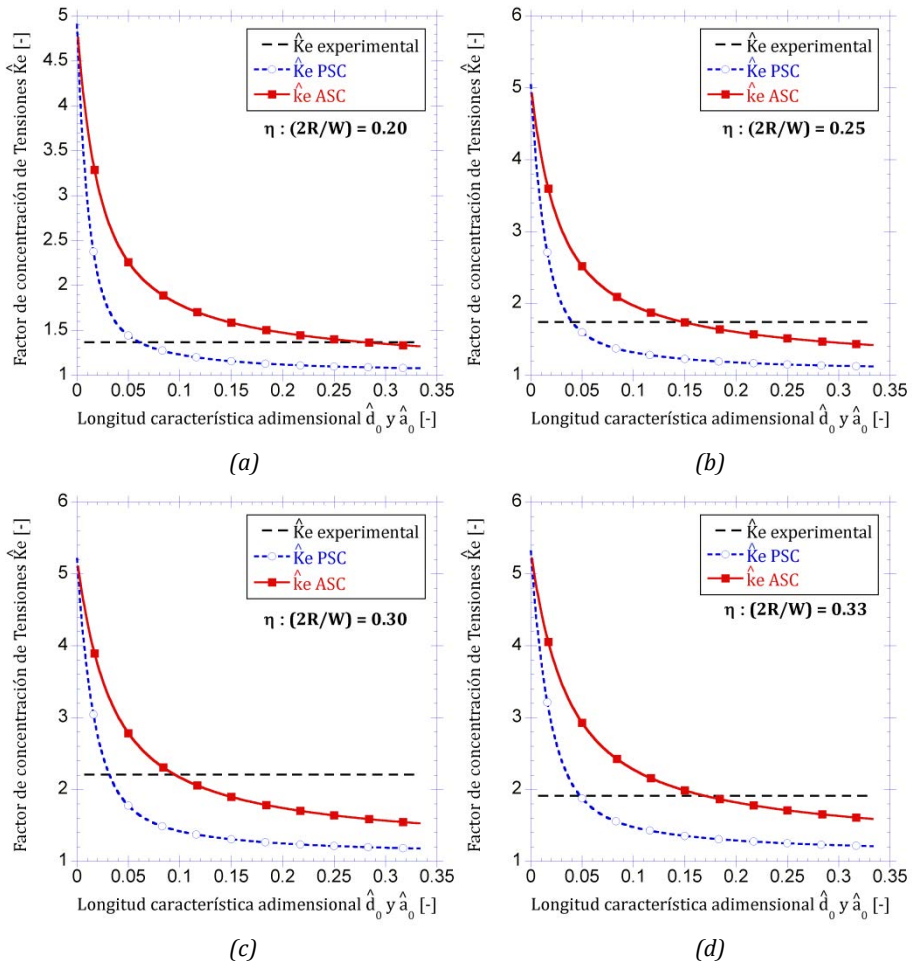


Figura 3.12. Obtención gráfica de las distancias características \hat{d}_0 y \hat{a}_0 (PSC y ASC respectivamente) para el laminado L3. (a) L3-2, (b) L3-3, (c) L3-4 y (d) L3-5.

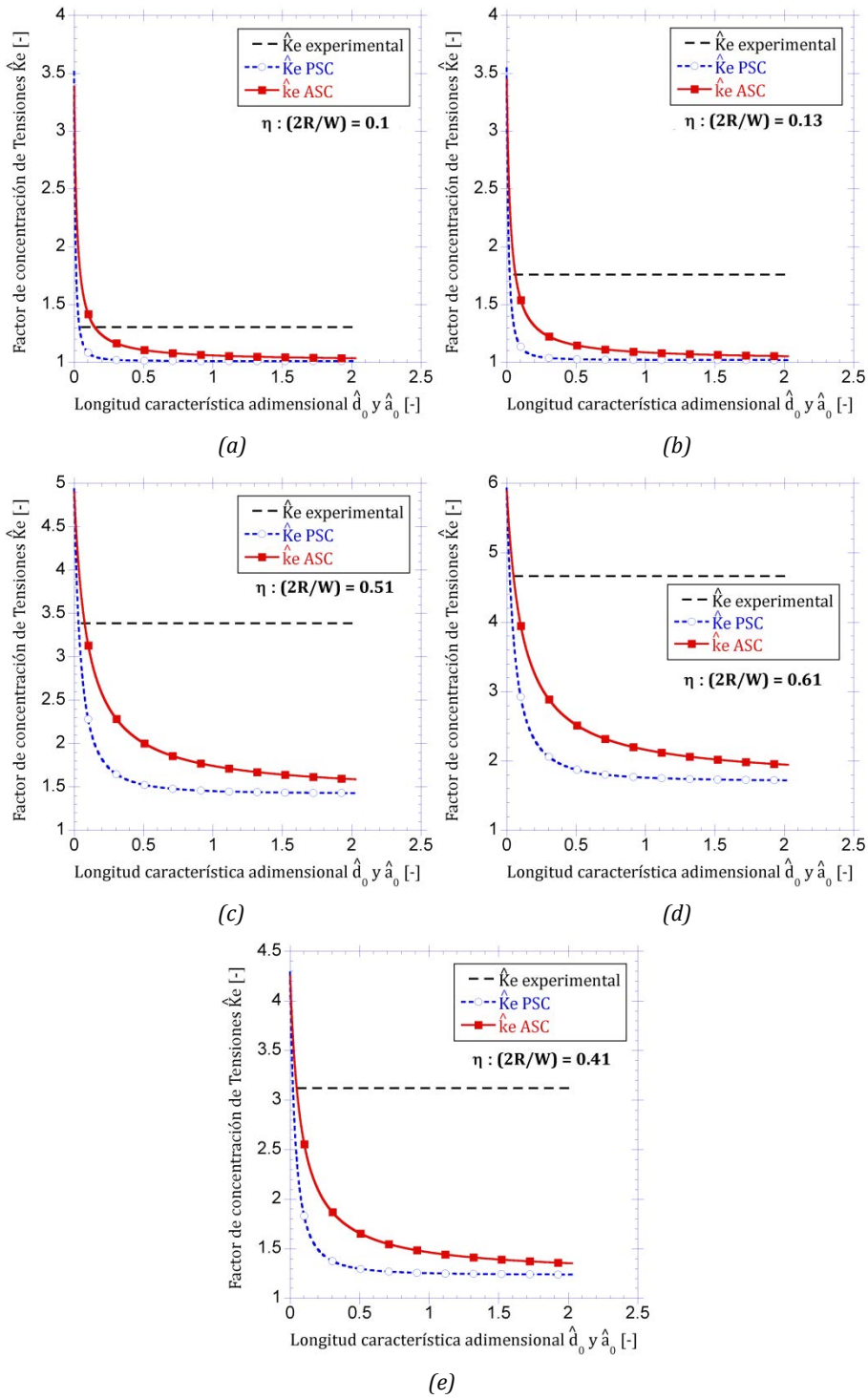


Figura 3.13. Obtención gráfica de las distancias características \hat{d}_0 y \hat{a}_0 (PSC y ASC respectivamente) para el laminado L4. (a) L4-1, (b) L4-2, (c) L4-3, (d) L4-4 y (e) L4-5.

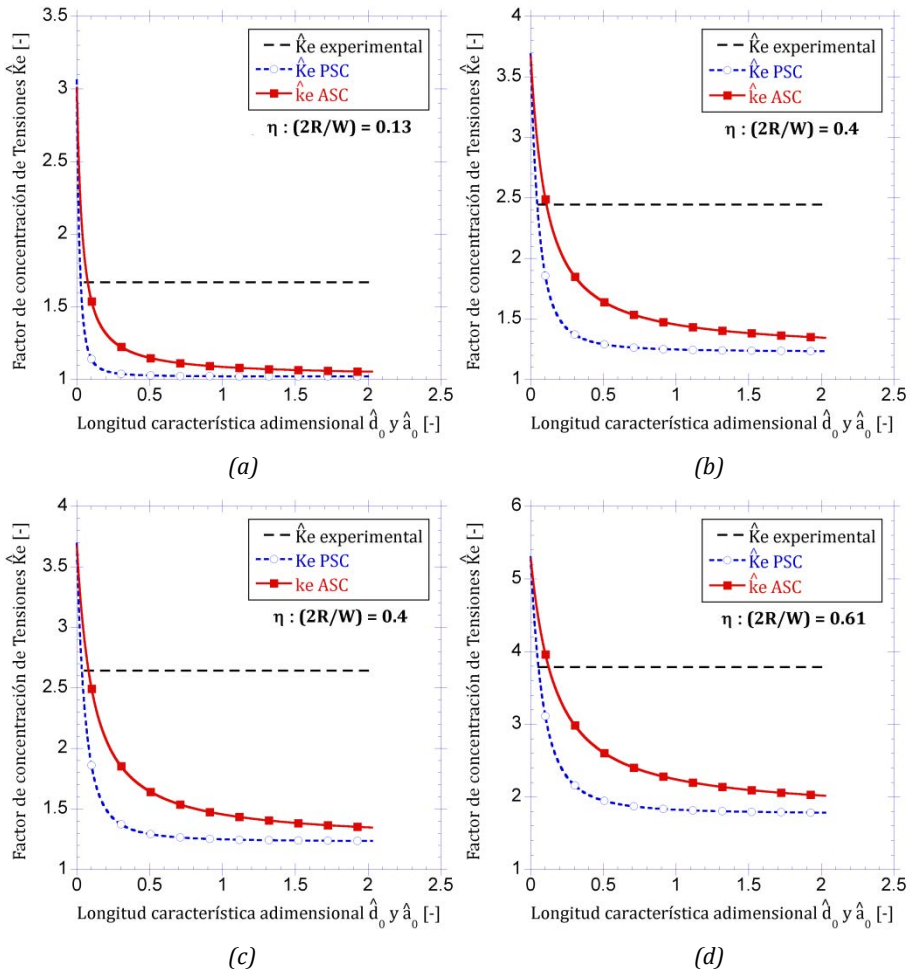


Figura 3.14. Obtención gráfica de las distancias características \hat{d}_0 y \hat{a}_0 (PSC y ASC respectivamente) para el laminado L5. (a) L5-1, (b) L5-2, (c) L5-3 y (d) L5-4.

Los valores de \hat{d}_0 y \hat{a}_0 obtenidos gráficamente a partir de las figuras 3.10 a 3.14, así como el valor del factor de concentración de tensiones efectivo medio experimental K_e , se han recogido en la tabla 3.8. A partir de dichos valores se pueden obtener las distancias características sin adimensionalizar d_0 y a_0 .

A la vista de los resultados mostrados en la tabla 3.8, se aprecia como para un laminado concreto, al modificar la geometría de la probeta, las distancias características (adimensionales y no adimensionales) no se mantienen constantes, por lo que no se pueden considerar propiedades del laminado tal y como afirmaban algunos autores [20, 57-60]. Por lo tanto, a la vista de los resultados (variabilidad de \hat{d}_0 y \hat{a}_0 con la geometría de la probeta) se puede afirmar que el modelo de Whitney y Nuismer no se puede utilizar como herramienta predictiva. Surge la necesidad de proponer una nueva metodología que sea capaz de estimar los valores de \hat{d}_0 y \hat{a}_0 para un laminado concreto y para cualquiera que sea su geometría. De esta manera, conociendo dichos valores, se podría obtener la tensión de rotura de un laminado aplicando las ecuaciones correspondientes para cada uno de los criterios (PSC y ASC).

Tabla 3.8. Resultados de \hat{d}_0 y \hat{a}_0 obtenidos gráficamente para cada laminado.

Laminado	K_e	\hat{d}_0	\hat{a}_0	d_0 (mm)	a_0 (mm)
L1-1	1.6081	0.0387	0.1113	1.3932	0.0031
L1-2	1.6086	0.0555	0.1636	1.9980	0.0045
L1-3	1.9863	0.0424	0.1078	1.5264	0.0030
L2-1	1.0713	0.0373	0.2489	0.4737	3.1560
L2-2	1.5955	0.0495	0.1454	0.6287	1.8479
L2-3	1.9916	0.0358	0.0897	0.9093	2.2784
L2-4	2.1390	0.0386	0.0945	0.9794	2.4003
L2-5	2.2289	0.0336	0.0803	1.1693	2.7944
L2-6	2.5621	0.024	0.054	1.1400	2.5650
L3-2	1.3668	0.0607	0.2808	0.7709	3.5662
L3-3	1.7411	0.0402	0.1486	1.0211	3.7744
L3-4	2.2059	0.0314	0.0951	0.7976	2.4155
L3-5	1.9115	0.0480	0.1697	2.2800	8.0608
L4-1	1.3047	0.0385	0.1490	0.9779	3.7846
L4-2	1.7598	0.0219	0.0628	0.8289	2.3770
L4-3	3.3870	0.0322	0.0757	0.8015	1.8842
L4-4	4.6651	0.0222	0.0488	0.5639	1.2395
L4-5	3.1199	0.0208	0.0474	0.7925	1.8059
L5-1	1.6694	0.0273	0.0751	0.5157	1.4186
L5-2	2.4488	0.0456	0.1092	0.8605	2.0606
L5-3	2.6426	0.0350	0.0805	1.1085	2.5494
L5-4	3.7866	0.0540	0.1242	1.3635	3.1361

3.8. Metodología para Estimar \hat{d}_0 y \hat{a}_0

El objetivo de este apartado es proponer una metodología capaz de estimar los valores de \hat{d}_0 y \hat{a}_0 para un material y secuencia de apilamiento concreta, sea cual sea la geometría de la probeta, para así poder utilizar el modelo de Whitney y Nuismer como una herramienta predictiva capaz de proporcionar la tensión de rotura de un laminado con agujero sin necesidad de realizar una gran cantidad de ensayos experimentales.

Para poder aplicar esta metodología, es necesario disponer de al menos tres resultados experimentales de tensión de rotura con relaciones geométricas $\eta = 2R/W$ diferentes del material y secuencia de apilamiento deseada. Cuanto mayor sean las diferencias entre las relaciones geométricas η seleccionadas mayor será rango de aplicación de la metodología. A su vez, la precisión de la metodología será mejor cuanto mayor sea el número de datos experimentales con diferentes geometrías.

La metodología propuesta para estimar los valores de \hat{d}_0 y \hat{a}_0 , así como la tensión de rotura para cada uno de los laminados es la siguiente. En primer lugar se deben obtener gráficamente los valores de \hat{d}_0 y \hat{a}_0 para cada probeta, tal y como se ha indicado en el apartado anterior (figuras 3.10 a 3.14) y como se han resumido en la tabla 3.8. En segundo lugar, estos valores de \hat{d}_0 y \hat{a}_0 se representan frente al parámetro geométrico η , y se establece una curva de ajuste que permita estimar el valor de las distancias características \hat{d}_0 y \hat{a}_0 en función de la relación geométrica η para cada uno de los laminados estudiados (figura 3.15). Esta curva de ajuste sólo será válida para el rango de valores de η estudiados experimentalmente para cada laminado en concreto. Por este motivo, se recomienda realizar una campaña de ensayos experimentales que abarque un intervalo de valores de η lo más amplio posible. Por último, una vez se disponga de la curva de ajuste de \hat{d}_0 y \hat{a}_0 para cada uno de los laminados, se podrá obtener la tensión de rotura para cualquier geometría de dicho material y secuencia de apilamiento, siempre y cuando la relación geométrica η de éste esté comprendida entre las ensayadas previamente. La tensión de rotura se puede obtener aplicando cualquiera de los dos

criterios propuestos, el PSC o el ASC, utilizando para ello las ecuaciones (3.40) y (3.41) respectivamente.

De los cinco laminados analizados en la presente Tesis, el laminado L2 tiene resultados para seis configuraciones geométricas η diferentes, habiéndose obtenido dos de estos resultados a partir de un único ensayo (mostrados con un * en la tabla 3.7), por lo que para obtener la curva de ajuste en este caso se ha decidido descartar estos dos resultados y utilizar los cuatro restantes. De esta manera, posteriormente, se podrá verificar, empleando estos datos, la precisión del método.

En la figura 3.15 se muestran las curvas de ajuste \hat{d}_0 y \hat{a}_0 en función de η para los cinco laminados objeto de estudio. En todos los casos la curva de ajuste utilizada ha sido una curva polinómica de grado dos, por ser este el ajuste más sencillo dado el número de datos experimentales del que se dispone. En el caso de disponer de una mayor cantidad de resultados experimentales, se podría estudiar utilizar otro tipo de ajuste (logarítmico, exponencial, etc.). La curva de ajuste polinómica utilizada en todos los casos tiene la forma: $\hat{d}_0 | \hat{a}_0 = a \cdot \eta^2 + b \cdot \eta + c$. En las tablas 3.9 y 3.10 se muestran los parámetros para las curvas de ajuste \hat{d}_0 y \hat{a}_0 para cada uno de los laminados analizados respectivamente.

Tabla 3.9. Parámetros para la curva de ajuste polinómica $\hat{d}_0 = a \cdot \eta^2 + b \cdot \eta + c$.

Laminado	$\hat{d}_0 = a \cdot \eta^2 + b \cdot \eta + c$			
	a	b	c	R ²
L1	-4.8438	2.1861	-0.1911	1
L2	-0.9422	0.3066	0.0272	0.915
L3	-4.8219	-2.666	0.402	0.9113
L4	0.0698	-0.0597	0.0366	0.187
L5	0.032	-0.032	0.0224	0.8625

Tabla 3.10. Parámetros para la curva de ajuste $\hat{a}_0 = a \cdot \eta^2 + b \cdot \eta + c$.

Laminado	$\hat{a}_0 = a \cdot \eta^2 + b \cdot \eta + c$			
	a	b	c	R ²
L1	-17.512	7.7517	-0.6942	1
L2	-0.2898	-0.5326	0.2678	0.9878
L3	26.421	-14.904	2.2091	0.9548
L4	0.4898	-0.4502	0.1544	0.4962
L5	0.1327	-0.0038	0.0722	0.7472

El coeficiente de correlación de Pearson (R²) está en todos los casos comprendido entre 0.7 y 1, a excepción de para el laminado L4 (ver tabla 3.9 y 3.10 y figura 3.15.c) donde R² toma valores muy bajos. No obstante, en éste último caso, al utilizar dicha expresión de ajuste para obtener la tensión de rotura del laminado, el resultado es muy próximo al obtenido experimentalmente, como se muestra más adelante en la figura 3.16.c, por lo que se puede considerar que la curva de ajuste polinómica de grado dos proporciona buenos resultados.

Una vez obtenidas las distintas curvas de ajuste que permiten estimar los valores de las longitudes características \hat{d}_0 y \hat{a}_0 en función del parámetro geométrico η , se puede calcular la tensión de rotura del laminado. Introduciendo las curvas de ajuste \hat{d}_0 y \hat{a}_0 en las expresiones (3.40) y (3.41), se obtiene la tensión de rotura de cada laminado según los criterios PSC y ASC respectivamente. En la figura 3.16 se ha representado la tensión de rotura experimental así como la tensión de rotura obtenida mediante los dos criterios ($\sigma_N^{rot,PSC}$ y $\sigma_N^{rot,ASC}$), en función de η y para los cinco laminados estudiados.

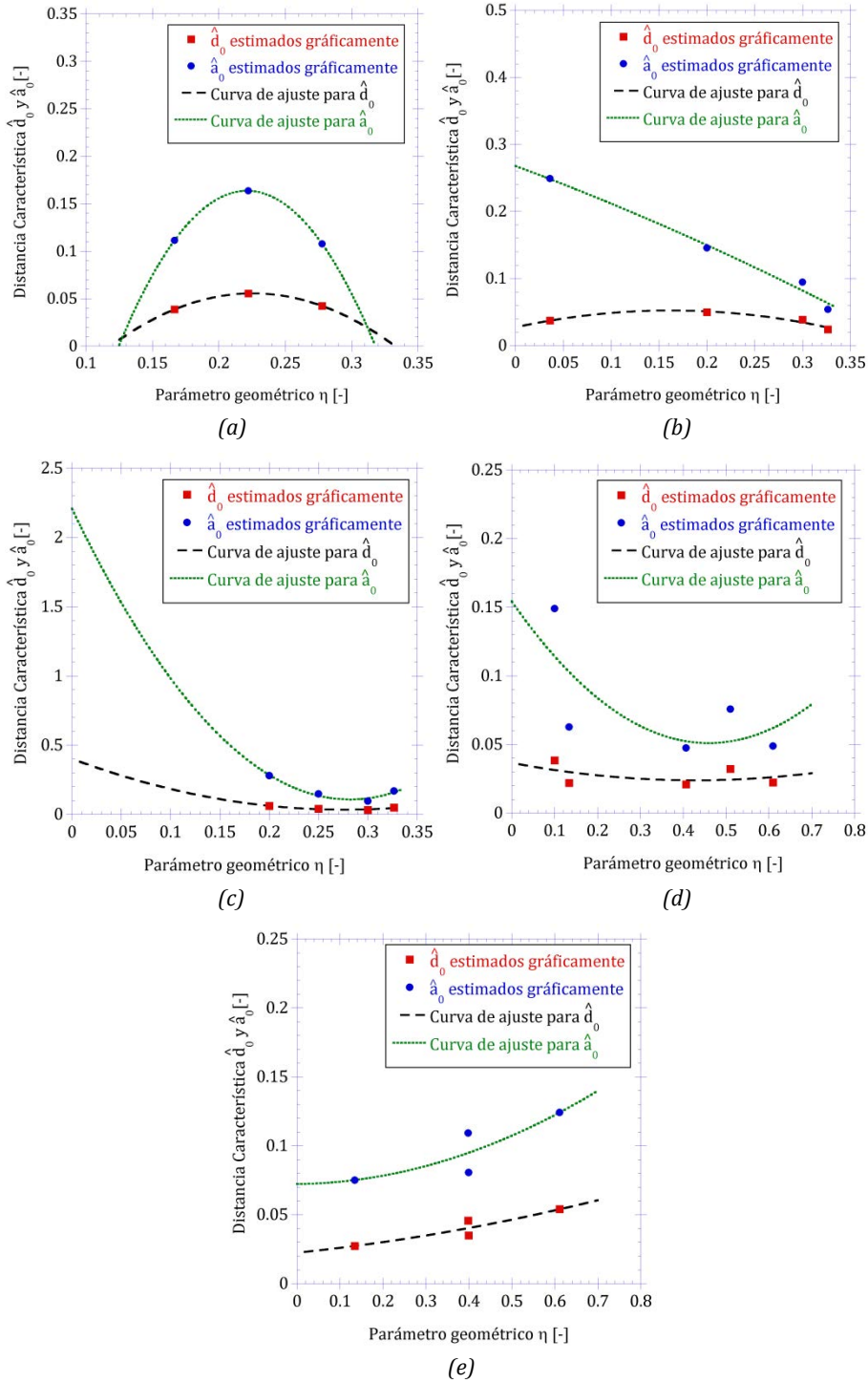


Figura 3.15. Curva de ajuste para obtener \hat{d}_0 y \hat{a}_0 en función del parámetro geométrico η para: (a) Laminado L1, (b) Laminado L2, (c) Laminado L3, (d) Laminado L4 y (e) Laminado L5.

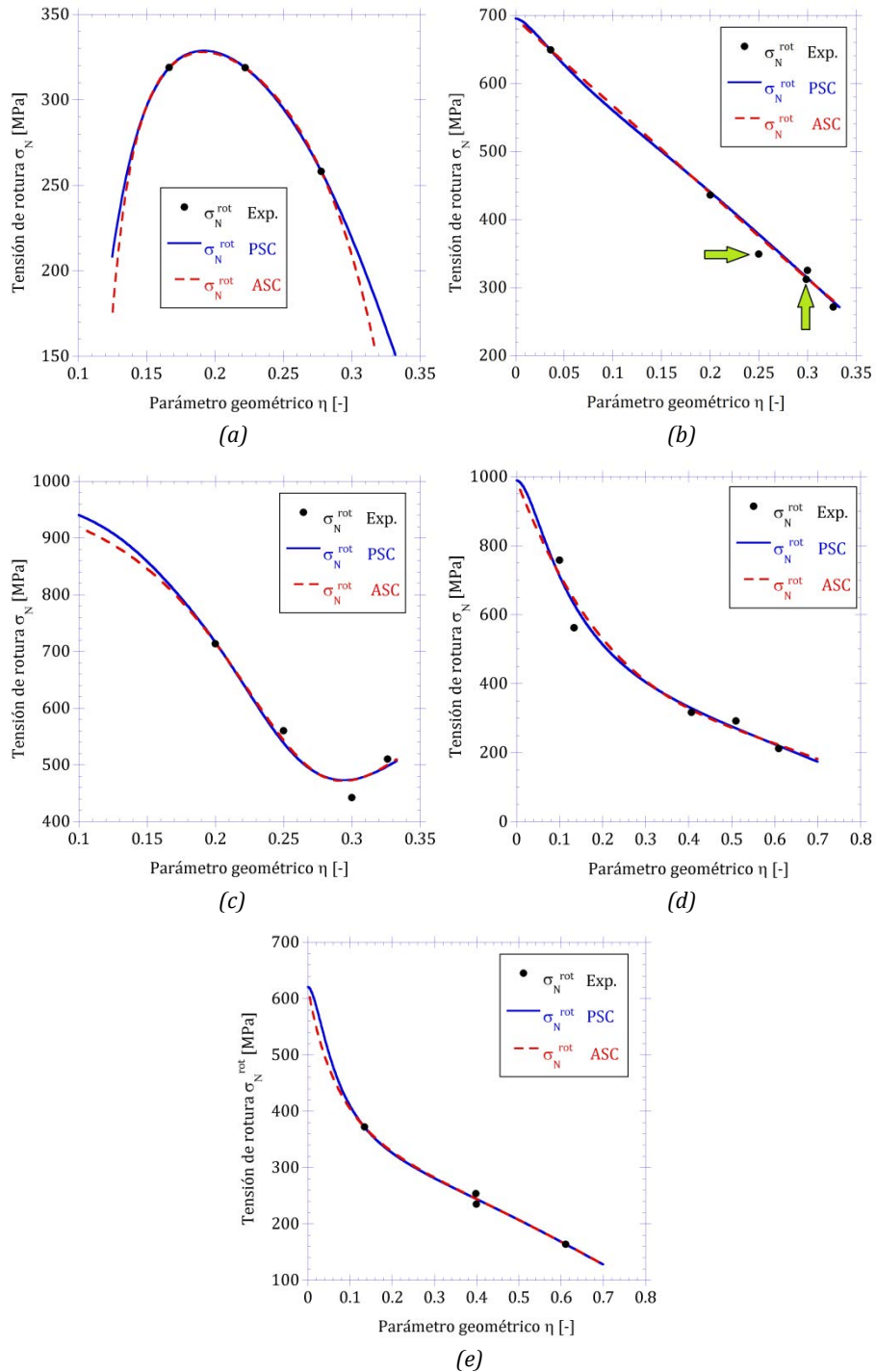


Figura 3.16. Tensión de rotura experimental, obtenida con PSC y con ASC en función del parámetro geométrico η para los laminados: (a) L1, (b) L2, (c) L3, (d) L4 y (e) L5.

Tal y como se indicó anteriormente, para el laminado L2 se desestimaron dos de los resultados experimentales (por corresponder al resultado de un único ensayo) a la hora de obtener las curvas de

ajuste para \hat{d}_0 y \hat{a}_0 . Estos dos resultados sirven para estudiar la precisión del método propuesto. En la figura 3.16.b se observa cómo ambos valores de tensión desestimados (mostrados con una flecha de color verde) están muy próximos a las curvas de tensión obtenidas mediante las dos aproximaciones propuestas para PSC y ASC, siendo la diferencia entre el resultado experimental y los analíticos menor al 8.5%, tal y como se indica en la tabla 3.11.

A la vista de los resultados mostrados en la figura 3.16 se puede afirmar que la metodología propuesta para estimar los valores de \hat{d}_0 y \hat{a}_0 , así como la tensión de rotura para ambos criterios, proporciona buenos resultados en comparación a los obtenidos experimentalmente. En la tabla 3.11 se recogen los valores de la tensión de rotura obtenida para cada laminado aplicando ambos criterios (PSC y ASC) así como el error cometido en comparación a los resultados experimentales. En ningún caso el error cometido es superior al 8.5%. Adicionalmente, a partir de los resultados mostrados en la tabla 3.11, en la mayoría de los casos analizados se observa una mejor aproximación mediante la utilización del criterio de tensión promedia (ASC). No obstante, el error cometido mediante el criterio PSC es en todos los casos inferior al 8.5%.

Tabla 3.11. Tensiones de rotura: experimental, criterio PSC y criterio ASC.

Laminado	σ_{N_EXP} [MPa]	σ_{N_PSC} [MPa]	σ_{N_ASC} [MPa]	% PSC	% ASC
L1-1	318.84	318.78	318.84	0.02%	0.00%
L1-2	318.74	318.79	318.74	0.02%	0.00%
L1-3	258.13	258.21	258.15	0.03%	0.01%
L2-1	648.9	648.58	648.79	0.05%	0.02%
L2-2	435.69	440.27	439.02	1.05%	0.77%
L2-3	349.04	378.13	375.32	8.33%	7.53%
L2-4	325.00	313.70	312.92	3.48%	3.72%
L2-5	311.88	315.20	314.34	1.06%	0.79%
L2-6	271.32	279.43	281.02	2.99%	3.58%
L3-2	713.34	716.28	715.54	0.41%	0.31%
L3-3	560.00	538.79	543.40	3.79%	2.96%
L3-4	442.00	473.99	472.80	7.24%	6.97%
L3-5	510.06	497.88	499.87	2.39%	2.00%
L4-1	758.00	756.74	751.07	0.17%	0.91%
L4-2	562.00	564.42	583.59	0.43%	3.84%
L4-3	292.00	292.48	300.91	0.16%	3.05%
L4-4	212.00	211.77	209.73	0.11%	1.07%
L4-5	317.00	315.95	303.84	0.33%	4.15%
L5-1	372.00	371.91	372.03	0.02%	0.01%
L5-2	254.00	244.71	244.96	3.66%	3.56%
L5-3	235.00	244.38	244.62	3.99%	4.09%
L5-4	164.00	163.95	163.99	0.03%	0.01%

Como se comentó anteriormente, algunos autores [20, 57, 59, 60] consideran que las distancias características d_0 y a_0 son propiedades del laminado, e indican que tomando valores de d_0 comprendidos entre 1 y 2 y valores de a_0 comprendidos entre 2.5 y 5 se obtienen resultados relativamente buenos en comparación con los resultados experimentales. Con el fin de comparar los resultados obtenidos mediante la metodología propuesta, y los que se obtendrían utilizando los valores extremos propuestos por estos autores, en las tablas 3.12 y 3.13 se muestran los resultados de las tensiones de rotura aplicando PSC y ASC respectivamente para los valores de d_0 y a_0 mencionados.

A la vista de los resultados mostrados en las tablas 3.12 y 3.13 se puede concluir que, asumir valores de d_0 y a_0 constantes para un laminado con distintas geometrías no es una opción óptima. Se observa como en ocasiones el error cometido es relativamente bajo mientras que en otros casos el error cometido es excesivamente alto, llegando a alcanzarse errores próximos al 48%.

Se puede concluir que las distancias características definidas por Whitney y Nuismer son dependientes de la geometría del laminado así como del material y secuencia de apilamiento. Por tanto, no es correcto asumir estos parámetros como propiedades del laminado (constantes para un laminado).

Tabla 3.12. Tensiones de rotura: experimental y criterio PSC asumiendo $d_0 = 1$ y $d_0 = 2$.

Laminado	σ_{N_EXP} [MPa]	σ_{N_PSC} [MPa] $d_0 = 1$	σ_{N_PSC} [MPa] $d_0 = 2$	% PSC $d_0 = 1$	% PSC $d_0 = 2$
L1-1	318.84	283.10	361.67	11.21	13.43
L1-2	318.74	250.34	318.90	21.46	0.05
L1-3	258.13	225.74	284.05	12.55	10.04
L2-1	648.9	681.22	690.49	4.98	6.41
L2-2	435.69	509.54	598.59	16.95	37.39
L2-3	349.04	360.62	461.06	3.32	32.09
L2-4	325.00	327.20	417.49	0.68	28.46
L2-5	311.88	297.83	373.68	4.51	19.81
L2-6	271.32	263.16	318.23	3.01	17.29
L3-2	713.34	757.21	848.67	6.15	18.97
L3-3	560.00	554.72	700.96	0.94	25.17
L3-4	442.00	493.73	645.83	11.70	46.12
L3-5	510.06	341.96	480.09	32.96	5.88
L4-1	758.00	762.69	884.45	0.62	16.68
L4-2	562.00	602.46	755.86	7.20	34.50
L4-3	292.00	312.32	398.87	6.96	36.60
L4-4	212.00	244.59	308.59	15.37	45.56
L4-5	317.00	337.97	426.41	6.62	34.51
L5-1	372.00	467.10	548.74	25.57	47.51
L5-2	254.00	266.51	340.17	4.93	33.93
L5-3	235.00	228.74	282.24	2.66	20.10
L5-4	164.00	151.98	183.86	7.33	12.11

Tabla 3.13. Tensiones de rotura: experimental y criterio ASC asumiendo $a_0 = 2.5$ y $a_0 = 5$.

Laminado	σ_{N_EXP} [MPa]	σ_{N_ASC} [MPa] $a_0 = 2.5$	σ_{N_ASC} [MPa] $a_0 = 5$	% ASC $a_0 = 2.5$	% ASC $a_0 = 5$
L1-1	318.84	279.99	337.76	12.18	5.94
L1-2	318.74	252.05	305.12	20.92	4.27
L1-3	258.13	229.46	276.99	11.11	7.31
L2-1	648.9	638.33	664.52	1.63	2.41
L2-2	435.69	470.13	541.19	7.90	24.22
L2-3	349.04	358.09	432.54	2.59	23.92
L2-4	325.00	328.59	397.76	1.11	22.39
L2-5	311.88	303.13	365.55	2.81	17.21
L2-6	271.32	269.84	319.88	0.54	17.90
L3-2	713.34	658.91	759.35	7.63	6.45
L3-3	560.00	492.02	605.99	12.14	8.21
L3-4	442.00	447.35	557.44	1.21	26.12
L3-5	510.06	339.35	435.93	33.47	14.53
L4-1	758.00	692.40	797.31	8.65	5.19
L4-2	562.00	570.16	686.21	1.45	22.10
L4-3	292.00	314.54	383.95	7.72	31.49
L4-4	212.00	248.32	301.50	17.13	42.22
L4-5	317.00	343.13	416.61	8.24	31.42
L5-1	372.00	430.98	496.12	15.85	33.37
L5-2	254.00	267.45	323.73	5.29	27.45
L5-3	235.00	233.94	280.18	0.45	19.23
L5-4	164.00	155.83	184.77	4.98	12.66

Como ha quedado demostrado, tanto la expresión del factor de concentración de tensiones K_e como la tensión de rotura del laminado σ_N^{ROT} , dependen del radio del agujero y del ancho de la placa. La representación gráfica de estas ecuaciones correspondería a una superficie. Una forma sencilla de representar estas ecuaciones es mediante las curvas de nivel, muy útiles como curvas de diseño.

En la presente Tesis Doctoral se propone una alternativa a las curvas mostradas en la figura 3.16. La alternativa consiste en representar de forma gráfica los valores del factor de concentración de tensiones y de la tensión de rotura del laminado en forma de curvas de nivel. De esta manera, se pueden obtener dichos valores de manera aproximada para un laminado de ancho W y radio R concretos, evitándose realizar ensayos experimentales.

En las figuras 3.17 y 3.18 se muestra, a modo de ejemplo, la evolución del factor de concentración de tensiones K_e en función del radio del agujero R y del ancho de la placa W para el laminado L2, aplicando los criterios PSC y ASC respectivamente. Adicionalmente, en las figuras 3.19 y 3.20 se muestra, la evolución de la tensión de rotura del laminado L2 (aplicando ambos criterios PSC y ASC) en función del radio del agujero R y del ancho de la placa W . El límite de validez aplicado, representado mediante una línea punteada de color rojo en las figuras 3.17 a 3. 20, corresponde al rango de aplicación estudiado experimentalmente en el laminado L2.

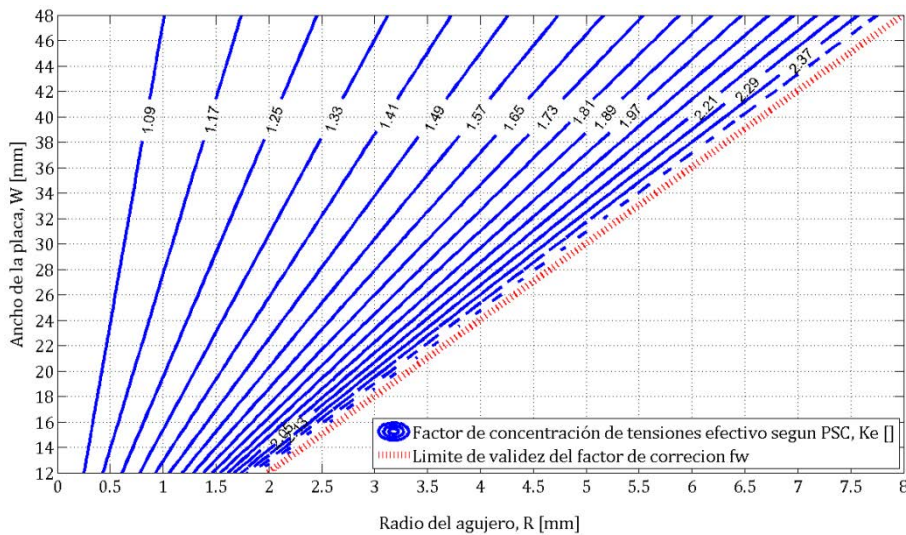


Figura 3.17. Curvas de nivel para el factor de concentración de tensiones K_e utilizando PSC.

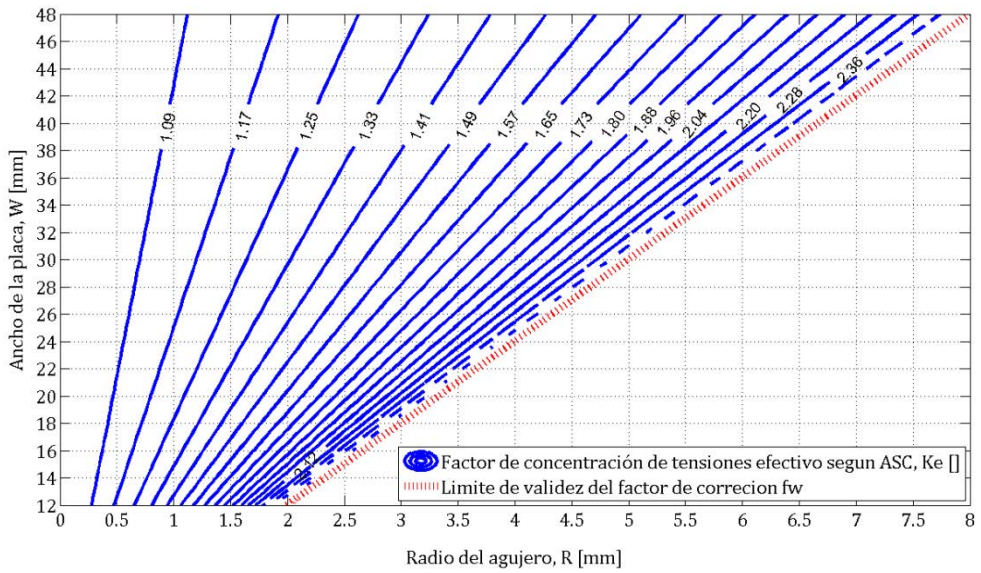


Figura 3.18. Curvas de nivel para el factor de concentración de tensiones K_e utilizando ASC.

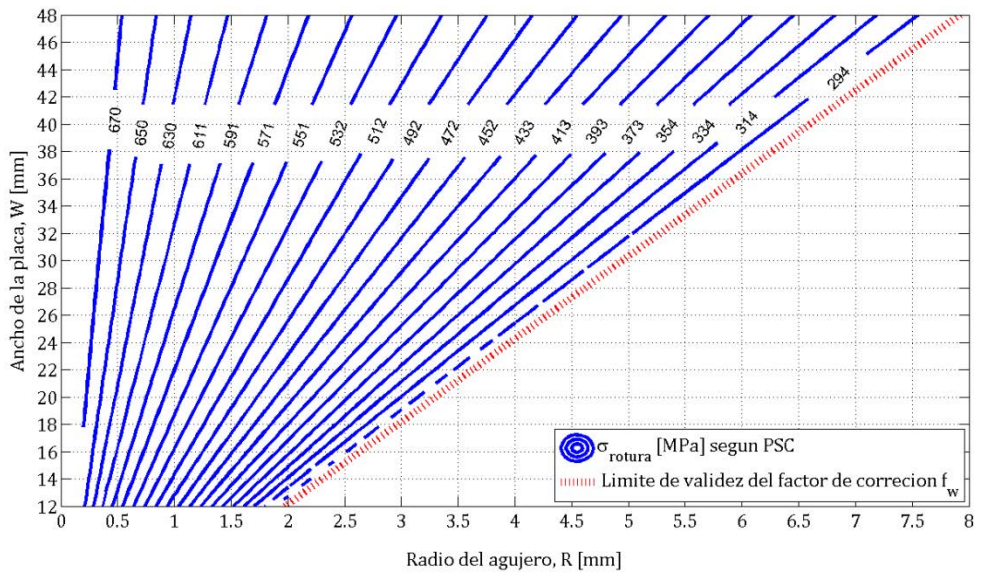


Figura 3.19. Curvas de nivel para la tensión de rotura σ_N utilizando PSC.

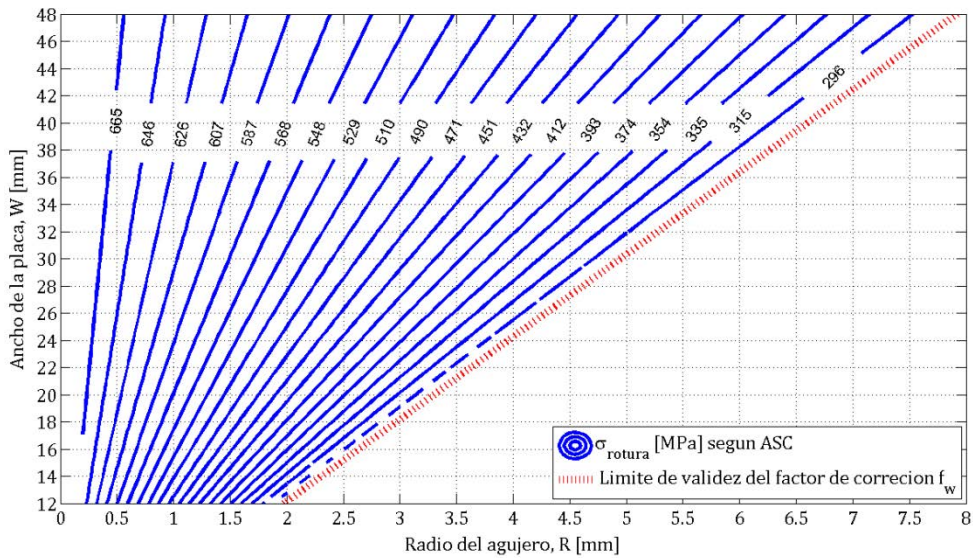


Figura 3.20. Curvas de nivel para la tensión de rotura σ_N utilizando ASC.

Por tanto, a la vista de los resultados mostrados en este apartado, se puede concluir que el modelo de Whitney y Nuismer se puede utilizar como herramienta predictiva capaz de determinar la tensión de rotura de un laminado con agujero y su factor de concentración de tensiones.

3.9. Resumen del Capítulo

En el presente capítulo se ha propuesto estudiar el efecto de la concentración de tensiones asociadas a la presencia de agujeros en la carga de rotura de laminados simétricos sometidos a cargas de tracción uniaxial. Para ello se ha utilizado el modelo simplificado propuesto por Whitney y Nuismer en sus dos variantes, el criterio de tensión puntual (PSC) y el criterio de tensión promedia (ASC).

Para llevar a cabo dicho estudio, en primer lugar, ha sido necesario introducir la teoría de Lekhnitskii, la cual permite estimar la distribución de tensiones alrededor de un agujero circular en un laminado sometido a cargas en el plano. A partir de esta distribución de tensiones, se pueden plantear los dos criterios de fallo propuestos por Whitney y Nuismer. Ambos criterios (PSC) y (ASC), asumen que el fallo de un laminado con agujero sometido a cargas en el plano se producirá cuando, la tensión puntual o promedia respectivamente, en dirección perpendicular a la aplicación de la carga a una distancia característica desde el borde del agujero alcance la resistencia a tracción del laminado sin agujero.

La determinación de estas distancias características es un factor determinante. Algunos autores asumen estas distancias como propiedades constantes del laminado independientes de la geometría de la probeta, mientras que otros autores afirman una clara dependencia con el radio del agujero. Debido a la falta de consenso entre autores, en la presente Tesis Doctoral se ha propuesto una metodología con la que poder estimar estas distancias características y así poder analizar si existe dependencia con la geometría de la probeta. Para llevar a cabo dicha metodología y con el fin de definir los parámetros de los que realmente dependen las variables del modelo, en la presente Tesis se ha decidido emplear variables adimensionales, siendo el parámetro adimensional la relación geométrica $\eta = 2R/W$.

Para poder obtener las distancias características de ambos criterios así como la tensión de rotura, se necesitan resultados experimentales de la tensión de rotura de laminados con y sin agujero. Para ello, se han realizado ensayos experimentales sobre laminados con distintas relaciones geométricas $2R/W$, a la vez que se han seleccionado resultados experimentales de la literatura científica. A partir de los resultados obtenidos mediante los ensayos experimentales, se ha observado una disminución en la tensión de rotura del laminado al aumentar el diámetro del agujero, tendencia observada por diversos autores [33, 35, 37-42, 144].

A partir de los resultados anteriores, se han obtenido de manera gráfica los valores de las distancias características para distintos laminados, aplicando los dos criterios de Whitney y Nuismer. A la vista de los resultados, se observa una clara dependencia con la geometría del laminado (tanto con el radio del agujero como con el ancho de la placa). Por lo tanto, se puede afirmar que los modelos de Whitney y Nuismer no se pueden utilizar como herramienta predictiva mientras se consideren las distancias características como propiedades del laminado. Por este motivo, surge la necesidad de definir de una nueva metodología que sea capaz de estimar las distancias características para un laminado concreto sea cual sea su geometría. De esta manera, conocidos los valores de las distancias características, se puede predecir la tensión de rotura del laminado.

La metodología propuesta es la siguiente. A partir de los las distancias características, obtenidas previamente, se busca la ecuación de una curva en función del parámetro adimensional η , que se ajuste de la mejor manera posible a los resultados. Dependiendo de la cantidad de resultados de los que se disponga se podrán seleccionar distintos tipos de ajuste (logarítmico, exponencial, lineal, polinómico, etc.). Para el caso concreto de esta Tesis, se ha utilizado un ajuste polinómico de segundo grado para todos los laminados estudiados. Una vez obtenidas las curvas de ajuste que definen las distancias características en función del parámetro η , se puede obtener la tensión de rotura de un laminado concreto, no ensayado previamente, siempre y cuando su relación geométrica $2R/W$ esté comprendida dentro del intervalo estudiado.

A la vista de los resultados obtenidos en este capítulo se puede concluir que, la metodología propuesta para estimar los valores de las distancias características, así como la tensión de rotura de un laminado cualquiera, proporciona muy buenos resultados con ambos criterios (PSC y ASC) en comparación con los resultados experimentales, siendo el error máximo cometido inferior al 8.5%.

Adicionalmente, en esta Tesis se propone una alternativa sencilla de utilizar las ecuaciones de los criterios PSC y ASC. La alternativa consiste en representar de forma gráfica los valores del factor de concentración de tensiones y de la tensión de rotura del laminado en forma de curvas de nivel. De esta manera, se pueden obtener gráficamente dichos valores de manera aproximada para un laminado de ancho y radio concretos, siempre y cuando se encuentre dentro del intervalo $2R/W$, evitándose realizar más ensayos experimentales.

Debido a las limitaciones encontradas en la utilización del modelo simplificado de Whitney y Nuismer, principalmente el rango de aplicación del mismo, surge la necesidad de utilizar una metodología más compleja con la que mejorara el estudio.

Capítulo 4

Modelo de Mecánica de Daño Discreto (DDM)

4.1. Introducción

En este capítulo se presenta la formulación del Modelo basado en la Mecánica de Daño Discreto (DDM) propuesto por Barbero y Cortes en el año 2010[25]. Originariamente este modelo sólo incluía como mecanismo de fallo el agrietamiento de la matriz. Durante el desarrollo de la presente Tesis Doctoral, y gracias a la colaboración del Profesor Ever J. Barbero, se ha incorporado la rotura de fibras como mecanismo de fallo adicional y se ha introducido una nueva forma de resolución del problema para mejorar la convergencia de la solución [163, 164]. De esta forma, la nueva formulación del modelo DDM se ha utilizado en el estudio de la evolución del daño de laminados que presentan concentración de tensiones, evaluándose la reducción de la rigidez del laminado en función de la densidad de fisura λ en cualquiera de las láminas del laminado.

A continuación se enumeran las hipótesis a tener en cuenta para aplicar el modelo, se plantea el problema a resolver y se describe la formulación analítica del modelo tanto para el modo de fallo de agrietamiento de la matriz como para el modo de fallo de rotura de fibras.

4.2. Hipótesis del Modelo

La formulación del modelo DDM utilizado en el desarrollo de la presente Tesis Doctoral considera las siguientes hipótesis:

1. Se asume un comportamiento ortótropo y elástico-lineal hasta rotura del material.
2. Se asumen pequeños desplazamientos y pequeñas deformaciones.
3. La mayoría de laminados utilizados en la industria son simétricos y la forma más eficiente de utilizarlos es bajo cargas en el plano. Por ello, la formulación propuesta en esta Tesis es para laminados simétricos bajo cargas en el plano. Estas dos suposiciones llevan a asumir que

$$\frac{\partial w^{(i)}}{\partial x_1} = \frac{\partial w^{(i)}}{\partial x_2} = 0 \quad (4.1)$$

donde $u(x_j), v(x_j), w(x_j)$ son los desplazamientos de un punto de la lámina i en función de las coordenadas x_j con $j = 1, 2, 3$.

4. Se asume que el espesor $h_{(i)}$ de cada lámina es pequeño, de modo que se puede considerar un estado de tensión plana

$$\sigma_3^{(i)} = 0 \quad (4.2)$$

5. La distancia entre fisuras se asume constante e igual a $2l$ (figura 4.2).
6. Ya que todas las fisuras son paralelas a la dirección de las fibras y durante el proceso de diseño se evitan láminas gruesas, se puede esperar que dichas fisuras ocupen todo el espesor de la lámina. Cualquier fisura que sea más pequeña que el espesor de la lámina será inestable tanto a través del espesor de la lámina como en dirección de la fibra.
7. Como el objetivo que se pretende conseguir con el modelo es calcular la reducción de rigidez del laminado debido a la presencia de fisuras, conviene trabajar con valores promedio a lo largo del espesor de la lámina o del laminado. Un promedio en el espesor se denota con la siguiente expresión

$$\hat{\phi} = \frac{1}{h'} \int_{h'} \phi \, dx_3 \quad ; \quad h' = \int dx_3 \quad (4.3)$$

donde h' puede ser el espesor de la lámina h_i o del laminado h . Por tanto, algunas de las variables que quedan promediadas son:

- $\hat{u}^{(i)}(x_j), \hat{v}^{(i)}(x_j), \hat{w}^{(i)}(x_j)$: los desplazamientos medios a lo largo del espesor de la lámina i en función de las coordenadas x_j con $j = 1, 2$.
 - $\hat{\varepsilon}_1^{(i)}(x_j), \hat{\varepsilon}_2^{(i)}(x_j), \hat{\gamma}_{12}^{(i)}(x_j)$: las deformaciones medias a lo largo del espesor en la lámina i .
 - $\hat{\sigma}_1^{(i)}(x_j), \hat{\sigma}_2^{(i)}(x_j), \hat{\tau}_{12}^{(i)}(x_j)$: las tensiones medias a lo largo del espesor en la lámina i .
8. Debido a la existencia de perturbaciones en el campo de desplazamientos provocadas por las fisuras, aparecen tensiones de cortadura fuera del plano. Este hecho se puede aproximar mediante funciones lineales a través del espesor de la lámina i de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \tau_{13}^{(i)}(x_3) &= \tau_{13}^{i-1,i} + (\tau_{13}^{i,i+1} - \tau_{13}^{i-1,i}) \frac{x_3 - x_3^{i-1,i}}{h_i} \\ \tau_{23}^{(i)}(x_3) &= \tau_{23}^{i-1,i} + (\tau_{23}^{i,i+1} - \tau_{23}^{i-1,i}) \frac{x_3 - x_3^{i-1,i}}{h_i} \end{aligned} \quad (4.4)$$

donde $\tau_{13}^{i-1,i}$ es la tensión a cortadura en la interfase entre la lámina $i-1$ y la lámina i , y $x_3^{i-1,i}$ es la coordenada del espesor al final de la lámina, es decir, entre la lámina $i-1$ y la lámina i . Esta suposición, común a muchos otros modelos analíticos, recibe el nombre de arrastre por cortante (*shear lag assumption*). Las ecuaciones de *shear lag* se obtienen de las ecuaciones

constitutivas para tensiones y deformaciones de cortadura fuera del plano escritas en función de los desplazamientos promedios, quedando de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{matrix} \hat{u}^{(i)} - \hat{u}^{(i-1)} \\ \hat{v}^{(i)} - \hat{v}^{(i-1)} \end{matrix} \right\} &= \frac{h_{(i-1)}}{6} \begin{bmatrix} S_{45} & S_{55} \\ S_{44} & S_{45} \end{bmatrix}^{(i-1)} \begin{Bmatrix} \tau_{23}^{i-2,i-1} \\ \tau_{13}^{i-2,i-1} \end{Bmatrix} \\ &+ \left(\frac{h_{(i-1)}}{3} \begin{bmatrix} S_{45} & S_{55} \\ S_{44} & S_{45} \end{bmatrix}^{(i-1)} + \frac{h_{(i)}}{3} \begin{bmatrix} S_{45} & S_{55} \\ S_{44} & S_{45} \end{bmatrix}^{(i)} \right) \begin{Bmatrix} \tau_{23}^{i-1,i} \\ \tau_{13}^{i-1,i} \end{Bmatrix} \\ &+ \frac{h_{(i)}}{6} \begin{bmatrix} S_{45} & S_{55} \\ S_{44} & S_{45} \end{bmatrix}^{(i)} \begin{Bmatrix} \tau_{23}^{i,i+1} \\ \tau_{13}^{i,i+1} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (4.5)$$

9. La rotura de fibras sigue una distribución probabilística ya que este fenómeno está controlado por un proceso estocástico, y por ello se ha modelizado mediante una distribución de Weibull.
10. El proceso de fallo del laminado no está controlado por el mecanismo de fallo de delaminación, ya que el modelo desarrollado no incorpora dicho mecanismo de fallo.

4.3. Planteamiento del Problema

El comportamiento físico del agrietamiento de la matriz de una lámina que se encuentra embebida en un laminado bajo cargas en el plano, está sometida a un modo mixto de condiciones de carga, modo I (apertura) y modo II (cortadura). Cuando el laminado se encuentra sometido a una carga, la aparición de fisuras reduce la rigidez de la lámina fisurada, ocasionando que las fisuras en la matriz crezcan paralelas a la orientación de las fibras, y haciendo que las láminas contiguas tengan que soportar tensiones mayores. La cantidad de daño acumulado en cada lámina está representada por la densidad de fisuras λ (cantidad de fisuras por unidad de longitud).

Es conocido que el inicio de fisuras transversales en la matriz de un laminado de material compuesto está relacionado con la tensión residual, la secuencia de apilamiento, el espesor del laminado y las propiedades del laminado [44]. La formación de fisuras se basa en que, sea cual sea el proceso de fabricación del material compuesto, siempre existen una serie de defectos tales como huecos, microfisuras, deslizamiento fibra-matriz, etc. Para tener esto en cuenta, el modelo DDM supone la existencia de una fisura característica en la matriz de longitud $2a_0$ (figura 4.1).

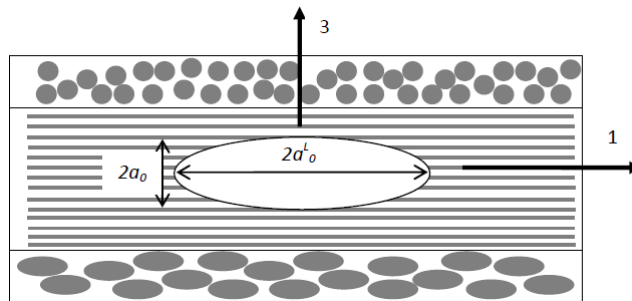


Figura 4.1. Geometría representativa de una grieta en el interior de una lámina [57].

La formulación planteada para el modelo DDM utiliza un elemento de volumen representativo (RVE - Representative Volumen Element) encerrado por (ver figura 4.2): la distancia comprendida entre el plano medio y la cara superior del laminado (mitad del laminado, t), la distancia entre dos fisuras consecutivas ($2l$), y una longitud unitaria paralela a las fisuras. La longitud del RVE es igual a $2l$ (distancia entre dos fisuras adyacentes), y está relacionada con la densidad de fisuras, que es el inverso de esta distancia ($\lambda = 1/2l$). Por ello, la densidad de fisuras es la única variable de estado necesaria en el modelo DDM para representar el estado de daño de la lámina fisurada.

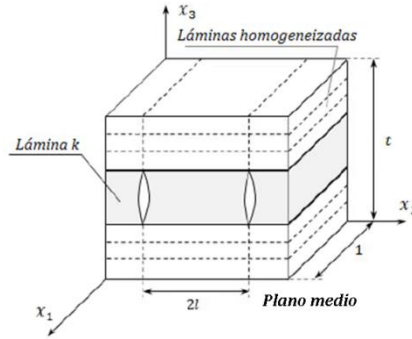


Figura 4.2. Elemento de volumen representativo (RVE) en las coordenadas de la lámina k (dañada) [163].

En cuanto al proceso de rotura de las fibras de un laminado sometido a un estado de carga en el plano, hay que tener en cuenta que las fibras no tienen una tensión de rotura determinada, sino que éstas siguen una distribución probabilística.

A continuación se enumeran los elementos básicos del modelo DDM para definir el proceso de daño del laminado:

- i. Se asume que la resistencia de las fibras sigue una distribución estocástica definida por una distribución de Weibull, que permite calcular la cantidad de daño producida por la rotura de las fibras D_1 .
- ii. En cada lámina i , la variable de estado es la densidad de fisuras λ_i . Se definen dos variables de daño $D_2(\lambda_i)$ y $D_6(\lambda_i)$ que representan la degradación de los términos Q_{22} y Q_{66} de la matriz de rigidez de cada una de las láminas como función de la densidad de fisura λ_i de la lámina. El conjunto de densidades de fisura para el laminado se denota por $\lambda = \lambda_i$ con $i = 1 \dots N$, donde N es el número de láminas en el laminado.
- iii. La variable independiente asociada a la variable de estado λ es la deformación del plano medio $\{\vec{\varepsilon}^0\}_{xy} = \{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \gamma_{12}\}^T$, ya que el análisis de este modelo sólo es válido para laminados simétricos sometidos a cargas en el plano.
- iv. La función de activación del daño, que separa los estados dañados de los no dañados, se escribe de la siguiente manera

$$g = \max \left[\frac{G_I(\lambda, \varepsilon)}{G_{Ic}}, \frac{G_{II}(\lambda, \varepsilon)}{G_{IIc}} \right] - 1 \leq 0 \quad (4.6)$$

donde $g \leq 0$ representa el dominio sin dañar.

- v. El umbral de daño está implícito dentro de g , y viene representado por G_{Ic} y G_{IIc} que son los valores críticos para modo I y modo II de la tasa de liberación de energía (ERR). En un primer instante, antes de comenzar el daño, la densidad de fisura $\lambda = 0$ y por tanto la función de activación $g = 0$ se comporta como un criterio de iniciación del daño. Una vez que ha comenzado el daño, la ecuación (4.6) se convierte en un criterio de evolución del daño gracias al efecto de endurecimiento explicado a continuación.
- vi. La función de endurecimiento se encuentra implícita en la función de activación g . Para un valor dado de deformación, las tasas de liberación de energía $G_I(\lambda)$ y $G_{II}(\lambda)$ decrecen con λ . Por ello, tan pronto como λ crece, $G_I(\lambda)$ y $G_{II}(\lambda)$ decrecen, haciendo $g < 0$ y deteniendo la evolución de daño mientras no aumente el nivel de deformación.
- vii. No es necesario postular una función de evolución del daño, con la ventaja de que no son necesarios nuevos parámetros empíricos. Basta con ajustar la densidad de fisura λ a un valor que hará que el laminado se mantenga en equilibrio con las fuerzas externas para una deformación concreta mientras que se satisfaga que $g = 0$. Para lograr esto, en el marco de los trabajos ligados a esta Tesis, se ha propuesto su resolución mediante un método *Regula Falsi* para alcanzar la convergencia de la densidad de fisuras en cada lámina imponiendo las condiciones de Kuhn-Tucker.
- viii. La densidad de fisuras aumenta hasta que la lámina está saturada de fisuras ($\lambda \rightarrow \infty$), y a partir de este momento, la lámina pierde toda su rigidez transversal y a cortadura ($D_2 \approx 1, D_6 \approx 1$) y la carga soportada por dicha lámina se transfiere a las láminas restantes del laminado. El análisis de la lámina fisurada se detiene cuando la densidad de fisura alcanza el valor límite $\lambda_{lim} = 1/h_k$, donde h_k es el espesor de la lámina k , es decir, cuando las fisuras están estrechamente espaciadas a una distancia igual al espesor de la lámina.

Una vez descritos los elementos del modelo, ahora queda por demostrar la forma de calcular las diversas cantidades. La solución comienza por calcular la matriz de rigidez degradada del laminado $Q = [A]/h$ para un valor de densidad de fisura dado λ_k en una lámina fisurada k , donde $[A]$ es la matriz de rigidez del laminado en el plano, y h es el espesor del laminado.

A continuación se presenta la convención de signos utilizada en la formulación del modelo DDM necesaria para entender de manera sencilla cada una de las ecuaciones que lo componen:

- Densidad de fisura λ : cantidad de fisuras por unidad de longitud.
- Subíndice o superíndice i : denota cualquier lámina del laminado.
- Subíndice o superíndice k : denota la lámina fisurada.
- Subíndice o superíndice m : denota cualquiera de las láminas no fisuradas ($m \neq k$).
- x_j con $j = 1, 2, 3$: denota las coordenadas x_1, x_2, x_3 , o $j = 1, 2, 6$ si se utiliza la notación contraída de Voigt.
- $u(x_j), v(x_j), w(x_j)$ con $j = 1, 2, 3$: son las tres componentes del desplazamiento.
- En este capítulo, un sombrero sobre cualquier variable \hat{p} : denota el promedio de dicha variable a lo largo del espesor.
- Una tilde sobre cualquier variable \tilde{p} : denota una variable sin dañar, virgen.
- Un subrayado sobre cualquier variable \bar{p} : denota el valor promedio en el volumen de p .

4.4. Descripción del Modelo de Rotura de Fibras

El modelo DDM propuesto por Barbeo y Cortes [25] no permite estimar la carga de rotura de un laminado. Durante los trabajos desarrollados en esta Tesis y con la colaboración del Profesor Ever J. Barbero, se ha introducido el mecanismo de fallo por rotura de fibras para así estimar la carga de rotura de un laminado y aumentar el alcance de aplicación del modelo [163].

El criterio de máxima tensión puede escribirse de la forma tradicional $g \leq 0$ como sigue

$$g = \left\langle \frac{\sigma_1}{F_{1t}} \right\rangle + \left\langle -\frac{\sigma_1}{F_{2t}} \right\rangle - 1 \leq 0 \quad (4.7)$$

donde $g \leq 0$ representa el dominio sin dañar. No es aconsejable utilizar un criterio de fallo como este en un análisis no lineal, porque

- Es fuertemente dependiente de la malla. La energía elástica almacenada en el volumen asociado al punto de Gauss donde el criterio se cumple se libera repentinamente. Dicho volumen es proporcional al tamaño del elemento, lo cual introduce una fuerte dependencia con la malla.
- Sin regularización, el cambio de rigidez hace que sea muy difícil converger a una solución de equilibrio.

Por lo tanto, es necesario definir un modelo de degradación regularizado como el que se muestra a continuación.

La resistencia de las fibras sigue un proceso estocástico y por ello se ha representado por una distribución de Weibull. Cuando se combina con un modelo de arrastre por cortante (*shear lag*), se puede calcular la cantidad de daño D_1 en forma de rotura de las fibras como

$$D_1 = 1 - \exp \left[-\frac{1}{m_w} \cdot e \left(\frac{\tilde{\sigma}_1}{F_{1t}} \right)^{m_w} \right] \quad (4.8)$$

donde $0 < D_1 < 1$, m_w es el módulo de Weibull de las fibras, e es la base logarítmica, F_{1t} es la resistencia a tracción longitudinal de la lámina, y la tensión efectiva $\tilde{\sigma}$ se calcula en términos de la tensión longitudinal

$$\tilde{\sigma}_1 = \frac{\langle \sigma_1 \rangle}{(1 - D_1)} \quad (4.9)$$

donde $\langle x \rangle = (x + |x|)/2$ es la operación de MaCauley y se utiliza para asegurar que sólo se utiliza en el cálculo una tensión a tracción, es decir sólo se devuelve el valor positivo del argumento.

Para evitar el recalcu del daño durante la descarga, el daño sólo se actualiza si la tensión efectiva excede el umbral de endurecimiento g_{1t} , que es una variable de estado. En otras palabras, el dominio se encuentra sin dañar si

$$g = \langle \tilde{\sigma}_1 \rangle - g_{1t} \leq 0 \quad (4.10)$$

Cuando $g > 0$, el daño se actualiza con las ecuaciones (4.8) y (4.9) y el umbral de endurecimiento se actualiza a $g_{1t} = \langle \tilde{\sigma}_1 \rangle$. Aunque la actualización de g_{1t} representa el endurecimiento de la tensión efectiva, aparece una tensión nominal de ablandamiento en virtud de la ecuación (4.9), es decir,

$$\sigma_1 = (1 - D_{1t})\tilde{\sigma}_1 \quad (4.11)$$

La resistencia longitudinal a tracción es frágil, y bajo control de carga, aparece el daño de forma repentina cuando existe poco daño acumulado. Asimismo, incluso cuando el límite está bajo control de desplazamiento, la localización provoca un daño rápido.

La ecuación (4.8) proporciona un modelo de regularización mecanicista que, mientras que ayuda a conseguir la convergencia numérica del software de análisis estructural, asegura que el pico de la curva tensión-deformación longitudinal coincide con F. Las únicas propiedades del material son F_{1t} y el módulo de Weibull m_w .

4.5. Descripción del Modelo de Fallo de la Matriz

4.5.1. Ecuación Constitutiva de la Lámina

La ecuación constitutiva tensión-deformación de una lámina fisurada k puede escribirse en términos de las deformaciones medias y de la matriz de rigidez reducida sin dañar como se muestra a continuación

$$\begin{Bmatrix} \hat{\sigma}_1^{(k)} \\ \hat{\sigma}_2^{(k)} \\ \hat{\tau}_{12}^{(k)} \end{Bmatrix} = \tilde{Q}^{(k)} \begin{Bmatrix} \hat{\varepsilon}_1^{(k)} \\ \hat{\varepsilon}_2^{(k)} \\ \hat{\gamma}_{12}^{(k)} \end{Bmatrix} \quad (4.12)$$

A su vez, las deformaciones medias se pueden escribir en función de los desplazamientos medios, utilizando la siguiente expresión

$$\begin{Bmatrix} \hat{\varepsilon}_1^{(k)} \\ \hat{\varepsilon}_2^{(k)} \\ \hat{\gamma}_{12}^{(k)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \hat{u}_{,1}^{(k)} \\ \hat{v}_{,2}^{(k)} \\ \hat{u}_{,2}^{(k)} + \hat{v}_{,1}^{(k)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \hat{u}^{(k)}}{\partial x_1} \\ \frac{\partial \hat{v}^{(k)}}{\partial x_2} \\ \frac{\partial \hat{u}^{(k)}}{\partial x_2} + \frac{\partial \hat{v}^{(k)}}{\partial x_1} \end{Bmatrix} \quad (4.13)$$

Por otro lado, debido a la fisura en la lámina k , el resto de láminas del laminado ($m \neq k$) tienen propiedades reducidas, y sus ecuaciones constitutivas se pueden obtener utilizando la ecuación (4.12) y la matriz de rigidez $Q^{(m)}$

$$\begin{Bmatrix} \hat{\sigma}_1^{(m)} \\ \hat{\sigma}_2^{(m)} \\ \hat{\tau}_{12}^{(m)} \end{Bmatrix} = Q^{(m)} \begin{Bmatrix} \hat{u}_{,1}^{(m)} \\ \hat{v}_{,2}^{(m)} \\ \hat{u}_{,2}^{(m)} + \hat{v}_{,1}^{(m)} \end{Bmatrix} = Q^{(m)} \begin{Bmatrix} \frac{\partial \hat{u}^{(m)}}{\partial x_1} \\ \frac{\partial \hat{v}^{(m)}}{\partial x_2} \\ \frac{\partial \hat{u}^{(m)}}{\partial x_2} + \frac{\partial \hat{v}^{(m)}}{\partial x_1} \end{Bmatrix} \quad (4.14)$$

donde la matriz de rigidez dañada en ejes de la lámina está definida por

$$Q^{(m)} = [T(\theta)]^{-1} \begin{bmatrix} (1 - D_1^{(m)}) \cdot Q_{11}^{(m)} & (1 - D_2^{(m)}) \cdot Q_{12}^{(m)} & 0 \\ (1 - D_2^{(m)}) \cdot Q_{12}^{(m)} & (1 - D_2^{(m)}) \cdot Q_{22}^{(m)} & 0 \\ 0 & 0 & (1 - D_6^{(m)}) \cdot Q_{66}^{(m)} \end{bmatrix} [T(\theta)]^{-T} \quad (4.15)$$

donde $[T(\theta)]^{-1}$ es la matriz de transformación de tensiones del sistema de coordenadas de la lámina m a la lámina k , con el ángulo θ tomado desde k hasta m . Los parámetros $D_2^{(m)}$ y $D_6^{(m)}$ son variables de daño que representan la reducción de rigidez transversal y a cortadura de las láminas m . La variable de daño $D_1^{(m)}$ corresponde a la rotura de las fibras a tracción definida según la ecuación (4.8).

4.5.2. Campo de Desplazamientos

El objetivo es resolver las ecuaciones de los desplazamientos medios $\hat{u}^{(i)}(x_j)$, $\hat{v}^{(i)}(x_j)$ ($j = 1, 2$), en todas las láminas i para un conjunto de valores de densidad de fisura λ y deformación aplicada ε . Tiendo en cuenta que la variación de las tensiones a cortadura fuera del plano varía linealmente a través del espesor de cada lámina (4.13), las ecuaciones de equilibrio para cada una de las láminas pueden escribirse de la siguiente forma

$$\frac{\partial \hat{\sigma}_1^{(i)}}{\partial x_1} + \frac{\hat{t}_{12}^{(i)}}{\partial x_2} + \frac{(\hat{t}_{13}^{i,i+1} - \hat{t}_{13}^{i-1,i})}{h^{(i)}} = 0 \quad (4.16)$$

$$\frac{\hat{t}_{12}^{(i)}}{\partial x_1} + \frac{\partial \hat{\sigma}_2^{(i)}}{\partial x_2} + \frac{(\hat{t}_{23}^{i,i+1} - \hat{t}_{23}^{i-1,i})}{h^{(i)}} = 0 \quad (4.17)$$

Utilizando las ecuaciones (4.12) y (4.13) e introduciéndolas en las ecuaciones (4.16) y (4.17) se llega a un sistema de ecuaciones en derivadas parciales para calcular los desplazamientos. Este sistema de ecuaciones diferenciales parciales (EDP) es de orden $2N$, siendo este el número de láminas del laminado. La solución particular del sistema es de la forma

$$\begin{aligned} \hat{u}^{(i)} &= a_i \cdot \sinh(\eta_e x_2) + a x_1 + b x_2 \\ \hat{v}^{(i)} &= b_i \cdot \sinh(\eta_e x_2) + b x_1 + a^* x_2 \end{aligned} \quad (4.18)$$

donde η_e es el número de autovalores del problema. La solución general se puede escribir como el sumatoria de todas las soluciones particulares

$$\begin{Bmatrix} \hat{u}^{(1)} \\ \hat{u}^{(2)} \\ \vdots \\ \hat{u}^{(n)} \\ \hat{p}^{(1)} \\ \hat{p}^{(2)} \\ \vdots \\ \hat{p}^{(n)} \end{Bmatrix} = \sum_{e=1}^{2N} A_e \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{Bmatrix}_e \cdot \sinh(\eta_e x_2) + \begin{Bmatrix} a \\ a \\ \vdots \\ a \\ b \\ b \\ \vdots \\ b \end{Bmatrix} x_1 + \begin{Bmatrix} b \\ b \\ \vdots \\ b \\ a^* \\ a^* \\ \vdots \\ a^* \end{Bmatrix} x_2 \quad (4.19)$$

Sustituyendo esta solución en el sistema EDP (4.19) se obtiene un problema de autovalores como el siguiente

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_j \\ b_j \end{Bmatrix} + \eta^2 \begin{bmatrix} \zeta_{26} & \zeta_{22} \\ \zeta_{66} & \zeta_{26} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_j \\ b_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.20)$$

donde $j = 1 \dots 2N$; η son los $2N$ autovalores y $\{a_j \ b_j\}^T$ son los $2N$ autovectores de la ecuación anterior (4.20).

Dos de los autovalores siempre son cero (correspondiente a los términos lineales en (4.19)), que se pueden tomar para ser los dos últimos en el conjunto, por lo que sólo quedan $2N-2$ soluciones independientes de la forma

$$\begin{Bmatrix} \hat{u}^{(i)} \\ \hat{p}^{(i)} \end{Bmatrix} = \sum_{e=1}^{2N-2} A_e \begin{Bmatrix} a_j \\ b_j \end{Bmatrix}_e \sinh(\eta_e x_2) + \begin{Bmatrix} a \\ b \end{Bmatrix} x_1 + \begin{Bmatrix} b \\ a^* \end{Bmatrix} x_2 \quad (4.21)$$

donde A_e son coeficientes desconocidos en la combinación lineal. Se aprecia como la solución general contiene $2N+1$ coeficientes desconocidos, incluyendo los escalares a , b , a^* , y los conjuntos A_e con $e = 1 \dots 2N - 2$. Para determinar estos coeficientes, son necesarias $2N+1$ condiciones de contorno en la frontera del volumen representativo (RVE) de la figura 4.2.

Se introducen dos parámetros de gran importancia mediante las condiciones de contorno, uno es la densidad de fisura λ y el otro la tensión aplicada sobre el laminado $\hat{\sigma} = N/h$, donde N es la carga en el plano por unidad de longitud. La densidad de fisura aparece a través de la dimensión del RVE, que tiene un ancho de $2l = 1/\lambda$. Y la tensión aplicada (o deformación) aparece en las fuerzas de equilibrio en el RVE. En resumen, hay $2N+1$ ecuaciones de contorno que conducen a un sistema de $2N+1$ ecuaciones algebraicas que pueden resolverse para los $2N+1$ coeficientes de (4.21). Por lo tanto, el desplazamiento medio en todas las láminas se puede conocer con (4.21) para valores dados de densidad de fisura λ y tensión aplicada $\hat{\sigma} = N/h$.

4.5.3. Condiciones de Contorno

Para encontrar los valores A_e, a, b, a^* de la ecuación (4.21) se aplican tres condiciones de contorno: condición de superficie libre sobre las superficies de la fisura, cargas externas, y desplazamientos homogéneos en las láminas no fisuradas (ver figura 4.3). Dichas condiciones de contorno posteriormente se ensamblan dando lugar al siguiente sistema algebraico

$$[B]\{A_e, a, b, a^*\}^T = \{F\} \quad (4.22)$$

donde $[B]$ es la matriz de coeficientes de dimensión $2N+1$ por $2N+1$; $\{A_e, a, b, a^*\}^T$ representan los $2N+1$ coeficientes desconocidos y $\{F\}$ es el vector de fuerza, también de dimensión $2N+1$.

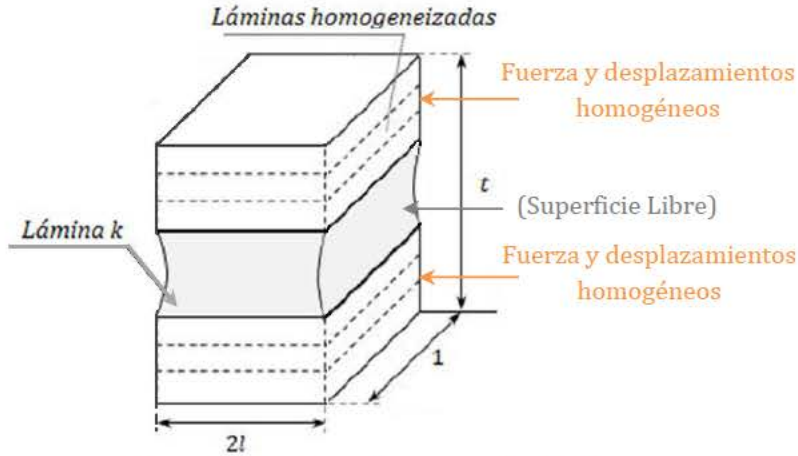


Figura 4.3. Condiciones de contorno sobre el RVE.

En primer lugar se impone la condición de contorno de **superficie libre** sobre las superficies de las fisuras en la lámina k ,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2l} \int_{-1/2}^{1/2} \hat{\sigma}_2^{(k)} dx_1 &= 0, \quad \text{en } x_2 = \pm l \\ \frac{1}{2l} \int_{-1/2}^{1/2} \hat{\tau}_{12}^{(k)} dx_1 &= 0, \quad \text{en } x_2 = \pm l \end{aligned} \quad (4.23)$$

La ecuación (4.23) representa un conjunto de dos condiciones independientes.

En segundo lugar, las tensiones en las superficies no fisuradas están asociadas a las **cargas externas** de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^n (1 - \delta_{mk}) h^{(m)} \int_{-1/2}^{1/2} \hat{\sigma}_2^{(m)} dx_1 &= h \hat{\sigma}_2, \quad \text{en } x_2 = \pm l \\ \sum_{m=1}^n (1 - \delta_{mk}) h^{(m)} \int_{-1/2}^{1/2} \hat{\tau}_{12}^{(m)} dx_1 &= h \hat{\tau}_{12}, \quad \text{en } x_2 = \pm l \\ \sum_{m=1}^n \frac{h^{(i)}}{2l} \int_{-l}^l \hat{\sigma}_1^{(i)} dx_2 &= h \hat{\sigma}_1, \quad \text{en } x_2 = \pm l \end{aligned} \quad (4.24)$$

donde $\delta_{mk} = 1$ cuando $m = k$, y cero en el resto de los casos, y donde $\hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2, \hat{\tau}_{12}$ son las componentes de las tensiones externas aplicadas sobre el laminado en ejes de la lámina fisurada k . La ecuación (4.24) representa un conjunto de tres condiciones independientes.

Por último, para un laminado simétrico homogeneizado, las cargas en el plano producen un **campo de desplazamientos uniforme** a través del espesor, es decir, todas las láminas no dañadas están sujetas al mismo desplazamiento

$$\begin{aligned}\hat{u}^{(m)} &= \hat{u}^{(r)}, & \text{en } x_2 = \pm l & \quad \forall m \neq k \\ \hat{v}^{(m)} &= \hat{v}^{(r)}, & \text{en } x_2 = \pm l & \quad \forall m \neq k\end{aligned}\quad (4.25)$$

donde r se refiere a una lámina no fisurada tomada como referencia. Finalmente, las ecuaciones (4.22) a (4.24) representan $2N+1$ ecuaciones de contorno, que permiten calcular todas las incógnitas desconocidas. Resolviendo el sistema de $2N+1$ ecuaciones (4.21), se obtienen los desplazamientos medios para una densidad de fisura y tensión dadas. Entonces, las deformaciones medias se pueden obtener de la siguiente forma

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_1 &= \varepsilon_1^c \\ \hat{\varepsilon}_2 &= \frac{1}{2l} \int_{-l}^l \hat{v}_{,1}^{(m)} dx_2 \\ \hat{\gamma}_{12} &= \frac{1}{2l} \int_{-l}^l (\hat{u}_{,2}^{(m)} + \hat{v}_{,1}^{(m)}) dx_2\end{aligned}\quad (4.26)$$

4.5.4. Matriz de Rigidez Degradada del Laminado

En esta sección se muestra el desarrollo para calcular la rigidez degradada del laminado $Q = A/h$ para un valor de densidad de fisura dado λ_k en la lámina fisurada k , donde A es la matriz de rigidez del laminado en el plano y h es el espesor del laminado. En primer lugar se obtiene el campo de tensiones medias a lo largo del espesor en todas las láminas utilizando la ecuación (4.13), o lo que es lo mismo derivando (4.21). La matriz de flexibilidad del laminado S en ejes de la lámina k puede calcularse columna a columna a partir de (4.13) para tres casos de carga distintos a, b y c .

$$\begin{aligned}\begin{Bmatrix} \hat{\sigma}_1 \\ \hat{\sigma}_2 \\ \hat{\tau}_{12} \end{Bmatrix}^{(a)} &= \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, & \begin{Bmatrix} \hat{\sigma}_1 \\ \hat{\sigma}_2 \\ \hat{\tau}_{12} \end{Bmatrix}^{(b)} &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}, & \begin{Bmatrix} \hat{\sigma}_1 \\ \hat{\sigma}_2 \\ \hat{\tau}_{12} \end{Bmatrix}^{(c)} &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix}\end{aligned}\quad (4.27)$$

Puesto que los tres casos de carga son unitarios, la deformación media obtenida en cada uno de los casos corresponde a una columna de la matriz de flexibilidad del laminado S , quedando esta expresada en el sistema de referencia de la lámina k como sigue

$$S(\lambda) = \begin{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{\varepsilon}_1 \\ \hat{\varepsilon}_2 \\ \hat{\gamma}_{12} \end{Bmatrix}^a & \begin{Bmatrix} \hat{\varepsilon}_1 \\ \hat{\varepsilon}_2 \\ \hat{\gamma}_{12} \end{Bmatrix}^b & \begin{Bmatrix} \hat{\varepsilon}_1 \\ \hat{\varepsilon}_2 \\ \hat{\gamma}_{12} \end{Bmatrix}^c \end{bmatrix}\quad (4.28)$$

A continuación se puede calcular la matriz de rigidez del laminado en ejes de la lámina k , quedando

$$Q = S^{-1}\quad (4.29)$$

La matriz de flexibilidad en el sistema de coordenadas global se obtiene utilizando la transformación de coordenadas siguiente

$$S(\lambda) = [T(\theta_k)]^{-1} [S(\lambda)] [T(\theta_k)]^{-T} \quad (4.30)$$

donde $[T]$ es la matriz de cambio de coordenadas y θ_k es la orientación de las fibras de la lámina fisurada. El resto de propiedades elásticas aparentes del laminado se pueden escribir como

$$E_x^0 = \frac{1}{\bar{S}_{11}}, \quad E_y^0 = \frac{1}{\bar{S}_{22}}, \quad \nu_{xy}^0 = -\frac{\bar{S}_{12}}{\bar{S}_{11}}, \quad G_{xy}^0 = \frac{1}{\bar{S}_{66}} \quad (4.31)$$

Unas de las características más importantes de este modelo es que la rigidez de la lámina dañada depende únicamente de las propiedades elásticas de las láminas no dañadas y de la densidad de fisura.

4.5.5. Matriz de Rigidez Degradada de la Lámina

La rigidez de la lámina m (no fisurada), en el sistema de coordenadas de la lámina k (figura 3.2) viene dada por la ecuación (4.15) en términos de los valores $D_2^{(m)}$ y $D_6^{(m)}$, valores que necesitan ser calculados previamente y los cuales se definen según la ecuación (4.36). La rigidez de la lámina fisurada $Q^{(k)}$ es de momento desconocida. Es necesario comentar que todas las variables se encuentran referidas al sistema de coordenadas de la lámina k .

La matriz de rigidez del laminado está definida a partir de la contribución de la lámina fisurada k más la contribución de las $N-1$ láminas restantes, de la siguiente manera

$$\bar{Q} = \bar{Q}^{(k)} \frac{h_{(k)}}{h} + \sum_{m=1}^n (1 - \delta_{mk}) \bar{Q}^{(m)} \frac{h_{(m)}}{h} \quad (4.32)$$

donde la delta de Dirac está definida como $\delta_{mk} = 1$ si $m = k$, y cero en caso contrario. $\bar{Q}^{(k)}$ es la matriz de rigidez sin dañar de la lámina k en el sistema de coordenadas de la lámina k ; y $Q^{(m)}$ son las matrices de rigidez sin dañar para el resto del laminado homogeneizado $m \neq k$ en el sistema de coordenadas de la lámina k . Cuando la densidad de fisuras crece, la rigidez del laminado dañado se reduce de acuerdo a

$$Q = Q^{(k)} \frac{h_{(k)}}{h} + \sum_{m=1}^n (1 - \delta_{mk}) Q^{(m)} \frac{h_{(m)}}{h} \quad (4.33)$$

De la ecuación (4.33) el único elemento desconocido es $Q^{(k)}$, ya que el valor de Q está definido en (4.29) y los valores de $Q^{(m)}$ se pueden calcular fácilmente ya que las m láminas no están fisuradas por el momento. Por lo tanto, la matriz de rigidez reducida de la lámina k se puede calcular como sigue

$$Q^{(k)} = \frac{h}{h_{(k)}} \left[Q - \sum_{m=1}^n (1 - \delta_{mk}) Q^{(m)} \frac{h_{(m)}}{h} \right] \quad (4.34)$$

siendo Q la rigidez del laminado.

Para facilitar cálculos posteriores, la rigidez $Q^{(k)}$ se puede expresar en términos de las propiedades no degradadas del material y de las variables de daño $D_2^{(m)}$ y $D_6^{(m)}$, o lo que es lo mismo, en términos de la mecánica del daño continuo

$$Q^{(k)} = \begin{bmatrix} (1 - D_1^{(k)}) \cdot \tilde{Q}_{11}^{(k)} & (1 - D_2^{(k)}) \cdot \tilde{Q}_{12}^{(k)} & 0 \\ (1 - D_2^{(k)}) \cdot \tilde{Q}_{12}^{(k)} & (1 - D_2^{(k)}) \cdot \tilde{Q}_{22}^{(k)} & 0 \\ 0 & 0 & (1 - D_6^{(k)}) \cdot \tilde{Q}_{66}^{(k)} \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

con $D_j^{(k)}$ están calculadas exclusivamente en función de densidad de fisura λ_k y la deformación aplicada,

$$D_j^{(k)}(\lambda_k, \varepsilon) = 1 - \frac{Q_j^{(k)}}{\tilde{Q}_j^{(k)}} \quad ; \quad j = 2, 6 \quad (4.36)$$

siendo $Q_j^{(k)}$ el valor no dañado u original, y $\tilde{Q}_j^{(k)}$ es el valor degradado mostrado en la ecuación (3.34), ambas expresadas en ejes de la lámina k .

4.5.6. Función de Activación del Daño

Bajo control de desplazamiento, la tasa de liberación de energía (ERR) se define como la derivada parcial de la energía de deformación (U) con respecto a la superficie de la fisura generada (A). De acuerdo a algunos resultados experimentales realizados sobre laminados de material compuesto con matrices frágiles, como por ejemplo las epoxi, las fisuras se propagan repentinamente a lo largo de una longitud finita, y por lo tanto no son infinitesimales. Entonces, se aplica el principio de Energía de Griffith en su forma discreta (finita) con el fin de describir el comportamiento observado, comportamiento discreto (finito) del crecimiento de fisuras, quedando de la siguiente manera

$$G_I = -\frac{\partial U_I}{\partial A} \quad (4.37)$$

$$G_{II} = -\frac{\partial U_{II}}{\partial A} \quad (4.38)$$

siendo ∂U_I y ∂U_{II} las energías de deformación en modo I y modo II respectivamente; y ∂A es la nueva superficie que aparece en el laminado cuando se forma la fisura. Las componentes de la energía de deformación U_I y U_{II} se pueden expresar en términos de las tensiones y deformaciones en el sistema de coordenadas de la lámina fisurada k como

$$G_I = -\frac{V_{RVE}}{2} \frac{\partial \{\hat{\sigma}_1 \hat{\varepsilon}_1 + \hat{\sigma}_2 \hat{\varepsilon}_2\}}{\partial A} \quad (4.39)$$

$$G_{II} = -\frac{V_{RVE}}{2} \frac{\partial \{\hat{\tau}_{12} \hat{\gamma}_{12}\}}{\partial A} \quad (4.40)$$

donde V_{RVE} es el volumen del elemento representativo (RVE). La tensión media del laminado $\hat{\sigma}$ puede calcularse en términos de la deformación media $\hat{\varepsilon}$ utilizando para ello las ecuaciones constitutivas. Por lo tanto, las ecuaciones (4.39) y (4.40) se pueden reescribir de la siguiente manera

$$G_I = -\frac{V_{RVE}}{2} \left\{ \hat{\varepsilon}_1 \left(\frac{\partial Q_{11}}{\partial A} \hat{\varepsilon}_1 + \frac{\partial Q_{12}}{\partial A} \hat{\varepsilon}_2 + \frac{\partial Q_{16}}{\partial A} \hat{\gamma}_{12} \right) + \hat{\varepsilon}_2 \left(\frac{\partial Q_{12}}{\partial A} \hat{\varepsilon}_1 + \frac{\partial Q_{22}}{\partial A} \hat{\varepsilon}_2 + \frac{\partial Q_{26}}{\partial A} \hat{\gamma}_{12} \right) \right\} \quad (4.41)$$

$$G_{II} = -\frac{V_{RVE}}{2} \left[\hat{\gamma}_{12} \left(\frac{\partial Q_{16}}{\partial A} \hat{\varepsilon}_1 + \frac{\partial Q_{26}}{\partial A} \hat{\varepsilon}_2 + \frac{\partial Q_{66}}{\partial A} \hat{\gamma}_{12} \right) \right] \quad (4.42)$$

donde $Q = S^{-1}$ viene dado por (4.29), $\partial/\partial A = \partial/\partial \lambda$ y A es el área de nueva fisura creada.

La función de activación del daño producido por agrietamiento de la matriz puede ser finalmente calculada para cualquier valor de densidad de fisura λ y deformación aplicada $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$ mediante la ecuación (4.43). Nótese que el cálculo de las componentes de ERR deriva directamente de la solución del campo de desplazamientos (4.21) para una fisura discreta.

$$g(\lambda_k) = (1-r) \cdot \sqrt{\frac{G_I(\lambda_k, \varepsilon)}{G_{Ic}}} + r \frac{G_I(\lambda_k, \varepsilon)}{G_{Ic}} + \frac{G_{II}(\lambda_k, \varepsilon)}{G_{IIc}} - 1 \leq 0 \quad (4.43)$$

donde $r = \frac{G_{Ic}}{G_{IIc}}$ y G_{Ic} y G_{IIc} son los valores críticos para modo I y modo II de la tasa de liberación de energía (ERR). Esta función de activación sirve como criterio de iniciación del daño y como criterio de evolución del daño. Cuando esta formulación se utiliza con el Método de los Elementos Finitos (FEM) se encuentran dos ventajas en comparación a otras formulaciones basadas en aproximaciones de fisuras distribuidas, la primera de las ventajas es que no se observa ninguna dependencia con el mallado y la segunda es que no es necesario especificar una longitud característica.

4.5.7. Evolución del Agrietamiento de la Matriz

El algoritmo de solución consiste en fases de deformación, iteraciones en el laminado e iteraciones en la lámina. Las variables de estado para el laminado son el vector de densidades de fisura para cada una de las láminas i y la deformación en el plano ε . En cada instante de carga, se incrementa la deformación en el laminado y se chequean las láminas ante un posible daño.

En la lámina k , la función de activación $g(\lambda_k)$ y las variables de daño asociadas al agrietamiento de la matriz $D_2^{(k)}$ y $D_6^{(k)}$ son ambas funciones unívocas de su densidad de fisura λ_k . Entonces, la evolución del daño cuando se detecta agrietamiento de la matriz, es una función del incremento de densidad de fisuras, que es $\dot{D}_2^{(k)}(\dot{\lambda}_k)$ y $\dot{D}_6^{(k)}(\dot{\lambda}_k)$. El incremento de una variable se define como, $\dot{\lambda} \equiv \Delta\lambda = \lambda - \lambda_{old}$. De acuerdo a las condiciones de Kuhn-Tucker,

$$\dot{\lambda}_k \geq 0; \quad g(\lambda_k) \leq 0; \quad \dot{\lambda}_k g(\lambda_k) = 0 \quad (4.44)$$

Según los valores que tomen $\dot{\lambda}_k$ y $g(\lambda_k)$ se pueden distinguir dos estados de carga:

1. **Carga o descarga sin crecimiento de daño en la matriz**, en régimen elástico. La función de activación en este caso es $g(\lambda_k) \leq 0$, por lo que, el incremento de densidad de fisura debe ser $\dot{\lambda}_k = 0$ para satisfacer la ecuación (4.44).
2. **Carga con daño**. En este estado, $\dot{\lambda}_k > 0$, lo que implica que $g(\lambda_k) = 0$ para satisfacer la ecuación (4.44).

En el caso 2, se detecta agrietamiento de matriz en la lámina k . Al principio, la función de activación toma un valor de $g(\lambda_k) > 0$. Después, es necesario encontrar el valor de la nueva densidad de fisura $\dot{\lambda}_k > 0$ que devuelve la función de activación a cero $g(\lambda_k) = 0$. Para imponer las condiciones de Kuhn-Tucker se implementa un método *Regula Falsi* (MRF), que asegura la convergencia de la densidad de fisura en las láminas.

El análisis comienza con un valor despreciable de densidad de fisuras presente en el laminado. En la presente Tesis se ha utilizado $\lambda = 0.02$. Para calcular la reducción de rigidez de una lámina fisurada (lámina k), el resto de láminas m del laminado se consideran como no dañadas durante el transcurso de iteraciones en la lámina k , pero si pueden mostrar daño previo de acuerdo a las propiedades dañadas calculadas de acuerdo a sus correspondientes valores de variables de daño $D_i^{(m)}$.

Para un valor dado de λ_k , la solución analítica proporciona los valores de $g_k, D_i^{(m)}$, para la lámina k mientras que el resto de láminas no asumen daño a lo largo de las iteraciones con la lámina k . Dado que la solución para la lámina k depende de la rigidez del resto del laminado, la convergencia de la solución en la lámina k no garantiza la convergencia de la solución para dicha lámina cuando las variables de daño son actualizadas en el resto de láminas. Es decir, dado un incremento de deformación, la rigidez y el daño de todas las láminas se encuentran acoplados y todos deben converger. Este efecto se consigue realizando iteraciones para el laminado completo, esto es ejecutando el modelo repetidamente hasta conseguir $g = 0$ para todas las láminas fisuradas k , tal y como se indicó anteriormente.

4.6. Implementación Numérica del Modelo Analítico DDM

Todas las ecuaciones que definen el modelo DDM se han implementado mediante la programación de una subrutina de usuario UGENS (*User Geneneral Section*) en Abaqus/Standard, en la que se introducen las ecuaciones constitutivas del modelo expuestas anteriormente, las propiedades del material y las variables de estado. A continuación se especifica el número total de propiedades del material y variables de estado que necesita el modelo:

- Las propiedades del material (*NPROPS*) necesarias para definir el problema se definen como:

$$NPROPS = 8 + 9 * NL \quad (4.45)$$

siendo 8 las propiedades correspondientes al laminado (tabla 4.1), 9 las propiedades de cada lámina (tabla 4.2) y NL el número de láminas correspondiente a la mitad del laminado.

- Se define el número de variables de estado (SDV) como:

$$NSTATV = 9 * NL \quad (4.46)$$

Es decir, se utilizan nueve variables de estado para cada una de las láminas del laminado (ver tabla 4.3), siendo de interés en esta Tesis la densidad de fisura, el daño en dirección de las fibras y la tensión longitudinal en dirección de las fibras.

Tabla 4.1. Propiedades del laminado necesarias para la implementación del modelo DDM.

Propiedades del Laminado	Unidades
Tasa de liberación de energía en modo I G_I	[kJ/m ²]
Tasa de liberación de energía en modo II G_{II}	[kJ/m ²]
Incremento de Temperatura ΔT	[C]
Resistencia a tracción en dirección de las fibras F_{1t}	[MPa]
Resistencia a compresión en dirección de las fibras F_{1c}	[MPa]
Resistencia a compresión en dirección transversal a las fibras F_{2c}	[MPa]
Espesor de transición t_t (0.6 vidrio, 0.8 carbono)	[mm]
Módulo de Weibull de las Fibras m	-

Tabla 4.2. Propiedades de cada lámina necesarias para la implementación del modelo DDM.

Propiedades de cada Lámina	Unidades
Módulo de Young en dirección de las fibras E_1	[MPa]
Módulo de Young en dirección transversal a las fibras E_2	[MPa]
Módulo de cortadura en el plano G_{12}	[MPa]
Coefficiente de Poisson en el plano ν_{12}	-
Coefficiente de Poisson fuera del plano ν_{23}	-
Coefficiente de expansión térmico longitudinal α_1	[1/C]
Coefficiente de expansión térmico transversal α_2	[1/C]
Orientación de la lámina	-
Espesor de lámina t_k	[mm]

Tabla 4.3. Variables de estado (SDV) para la lámina número k .

SDV	Símbolo	Significado
$9(k-1)+1$	λ	Densidad de fisura
$9(k-1)+2$	g_{1t}	Daño por endurecimiento en dirección de las fibras a tracción
$9(k-1)+3$	g_{1c}	Daño por endurecimiento en dirección de las fibras a compresión
$9(k-1)+4$	D_1	Daño longitudinal (dirección de las fibras)
$9(k-1)+5$	D_2	Daño transversal
$9(k-1)+6$	D_3	Daño a cortadura
$9(k-1)+7$	σ_1	Tensión longitudinal σ_{11} (dirección de las fibras)
$9(k-1)+8$	σ_2	Tensión transversal
$9(k-1)+9$	τ_{12}	Tensión a cortadura

La modelización numérica del modelo DDM se ha realizado mediante el programa comercial de elementos finitos ABAQUS/Standard. Para ello se han utilizado secuencias de comando Python sin utilizar la interfaz gráfica de usuario (*Graphical User Interface, GUI*) para así poder utilizar el modelo de forma paramétrica de una manera más sencilla. A continuación se explican las ventajas de modelizar mediante secuencias de comando Python.

4.6.1. Secuencias de Comando Python en Abaqus (Abaqus Scripting)

Cuando se utiliza la interfaz gráfica de usuario Abaqus/CAE (GUI) para crear un modelo y para visualizar los resultados, los comandos son emitidos internamente por Abaqus/CAE después de cada operación. Estos comandos reflejan la geometría creada junto con las opciones y los ajustes seleccionados en cada cuadro de diálogo. La GUI genera comandos en un lenguaje de programación orientado a objetos llamado Python. Los comandos emitidos por la interfaz gráfica de usuario se envían al kernel (núcleo) de Abaqus/CAE. El kernel interpreta los comandos y utiliza las opciones y configuraciones para crear una representación interna del modelo (es el cerebro detrás de Abaqus/CAE). La interfaz gráfica de usuario (GUI) es la interfaz entre el usuario y el kernel.

La Interfaz de *Abaqus Scripting* permite pasar por alto la GUI de Abaqus/CAE y se comunica directamente con el kernel. Un archivo que contiene secuencias de comando del interfaz de *Abaqus Scripting* se llama ***script***, y presenta las siguientes ventajas:

- Sirve para automatizar tareas repetitivas. Por ejemplo, la secuencia de comandos se puede crear para que se ejecute cuando un usuario inicie sesión en Abaqus/CAE. También puede ser utilizada para generar una biblioteca de materiales estándar, de forma que, cuando el usuario entre en el módulo de propiedades, estos materiales estén disponibles. Del mismo modo, el ***script*** podría ser utilizado para crear colas remotas para la ejecución de trabajos de análisis, estando estas disponibles en el módulo de trabajos.
- Permite llevar a cabo estudios paramétricos. Por ejemplo, el *script* se puede crear gradualmente, de forma que modifica la geometría de una de las partes y analiza el modelo resultante. El mismo *script* puede leer los resultados de salida, mostrar los resultados, y generar copias de cada análisis.
- Puede crear y modificar las bases de datos del modelo y los modelos que se crean interactivamente cuando se trabaja con Abaqus/CAE. La interfaz de *Abaqus Scripting* es una interfaz de programación de aplicaciones (API) para la modelización de bases de datos y modelos.
- Tiene acceso a los datos en una base de datos de salida. Por ejemplo, el usuario podría hacer su propio post-procesamiento de los resultados del análisis. El usuario puede escribir sus propios datos sobre la base de datos de salida y mediante el uso del módulo de visualización de Abaqus/CAE puede ver su contenido.
- Otra ventaja es que el usuario tiene toda la configuración de la simulación guardada en forma de un pequeño archivo de texto de unos pocos kilobytes de tamaño, con el cual se podría volver a dibujar la pieza, aplicar los materiales, cargas, condiciones de contorno, crear los pasos, e incluso crear y ejecutar la tarea si está programado para hacerlo.

Capítulo 5

Localización del Daño Asociado a un Defecto Inicial

Como ya se indicó anteriormente, sea cual sea el proceso de fabricación de un material compuesto siempre existen defectos tales como huecos, microfisuras, inclusiones, etc., que producen que el daño se localice y propague desde dicho defecto. Este capítulo se centra en estudiar la aplicabilidad del modelo DDM descrito en el capítulo 4 al estudio de la localización del daño asociado a un defecto inicial en el laminado, el cual actúa como un concentrador de tensiones. En el capítulo 6 se amplía este estudio a placas que tienen un agujero y en las que la localización se produce próxima al borde del agujero debido a la concentración de tensiones producida por éste. Ninguno de estos dos estudios se había llevado a cabo con anterioridad con el modelo DDM, por ello, antes de proceder a la validación del modelo es necesario estudiar si el modelo es capaz de predecir la localización del daño.

5.1. Planteamiento del Problema

Considerando que en el interior de un laminado de material compuesto siempre existen pequeños defectos producidos durante su proceso de fabricación, en este capítulo se estudia el efecto que tiene un daño inicial en la evolución del daño de laminados de material compuesto. Este estudio se lleva a cabo mediante la utilización del modelo DDM descrito en el capítulo 4 junto con el método de los elementos finitos.

Como ya se explicó en el capítulo 4, la densidad de fisuras λ se define como la cantidad de fisuras (defectos) por unidad de longitud que hay en una lámina, o lo que es lo mismo, como el inverso de la distancia entre dos fisuras contiguas; y que da una idea de la cantidad de daño acumulado que hay en cada lámina. El modelo DDM evalúa la reducción de la rigidez del laminado como función de la densidad de fisura en cualquiera de las láminas. Por ello, es necesario definir un valor inicial uniforme λ en todo el laminado como valor de referencia, que en este trabajo se ha elegido como $\lambda = 0.02 \text{ mm}^{-1}$.

Para el desarrollo de este estudio se ha seleccionado el laminado $[0/90_8/0/90_8/0]$ de material compuesto Vidrio/Epoxi (*HyE 9082Af*, *Fiberite*), cuyas propiedades se han obtenido de la literatura científica y se muestran en la tabla 5.1. El motivo por el que se ha seleccionado esta secuencia de apilamiento se debe a que es un claro ejemplo de laminado cruzado (láminas a 0° y 90°) en el que el fallo se va a producir en las láminas 90° por agrietamiento de la matriz en modo I [44], garantizándose que no aparece delaminación en el laminado.

Tabla 5.1. Propiedades del Material HyE 9082Af, Fiberite [112].

Propiedad	Valor
G_I [kJ/m^2]	0.254
G_{II} [kJ/m^2]	10^{16}
F_{1t} [MPa]	1020
F_{1c} [MPa]	620
F_{2t} [MPa]	40
F_{2c} [MPa]	140
F_6 [MPa]	60
t_t [mm]	0.6 (vidrio)
m	8.9
E_1 [MPa]	44700
E_2 [MPa]	12700
G_{12} [MPa]	5800
G_{23} [MPa]	4500
ν_{12}	0.297
ν_{23}	0.41
α_1 [$1/^\circ\text{C}$]	3.7
α_2 [$1/^\circ\text{C}$]	30
t_k [mm]	0.144

Por norma general, las fisuras en la matriz van a aparecer en las láminas con mayor ángulo de orientación respecto a la dirección de aplicación de la carga [47-54]. Para el estudio llevado a cabo en este capítulo, se aplica un estado de tracción uniaxial sobre el laminado en dirección de las láminas a 0° , por lo que es de esperar que las fisuras aparezcan en las láminas a 90° . Por este motivo el defecto o daño inicial habrá que introducirlo en las láminas a 90° (figura 5.1).

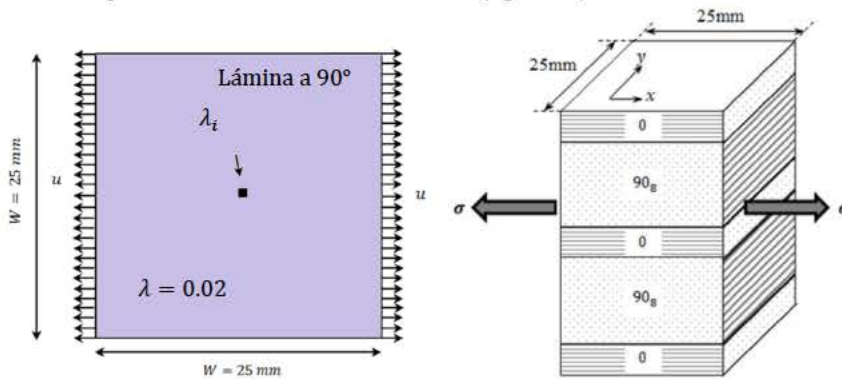


Figura 5.1. Esquema del problema a estudiar, donde $\lambda_i = (0.045, 0.09 \text{ y } 0.135) \text{ mm}^{-1}$ es un defecto inicial centrado en las láminas a 90° del laminado $[0/90_g/0/90_g/0]$.

Para introducir el defecto inicial en el laminado, se ha asignado al elemento central de la lámina a 90° un valor de densidad de fisura inicial λ_i mayor que el del resto de elementos de la lámina cuyo valor es igual a $\lambda = 0.02 \text{ mm}^{-1}$. Con el fin de estudiar la influencia del valor del defecto inicial (cantidad de daño inicial) en la evolución del daño de un laminado, se han seleccionado tres valores de densidad de fisura inicial $\lambda_i = 0.045, 0.09 \text{ y } 0.135 \text{ mm}^{-1}$.

5.2. Modelo Numérico y Análisis de Sensibilidad de Malla

5.2.1. Descripción del Modelo Numérico

La modelización numérica del laminado se ha llevado a cabo mediante el programa comercial de Elementos Finitos ABAQUS/Standard. El esquema del problema a estudiar con sus

correspondientes dimensiones se muestra en la figura 5.1. Como el defecto inicial está situado en el centro de la placa, la modelización de la misma podría simplificarse a un cuarto debido a la doble simetría del problema. No obstante, se ha comprobado que el coste computacional teniendo en cuenta o no la simetría del problema no es significativo, por lo que se ha decidido no aplicar simetría y modelizar la placa por completo.

En la figura 5.2 se muestran las condiciones de contorno aplicadas sobre el modelo, el cual se ha modelizado como un sólido deformable tipo placa considerando un espacio tridimensional, donde $W = 25 \text{ mm}$ es el ancho de la placa y u es el desplazamiento aplicado al laminado en dirección de las fibras a 0° (mediante control por desplazamiento). Las propiedades del material utilizado son las que se muestran en la tabla 5.1.

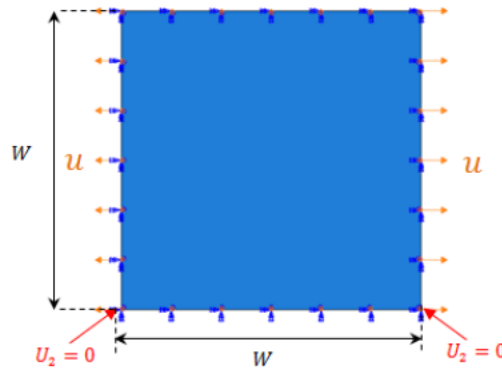


Figura 5.2. Geometría y condiciones de contorno del modelo.

Se han realizado un total de cinco simulaciones, variando el valor de la densidad de fisura inicial ($\lambda_i = 0.045, 0.09$ y 0.135 mm^{-1}), así como el tamaño de malla (malla1, malla2 y malla3) para así realizar un análisis de sensibilidad de la malla. En este último caso se ha utilizado en todo momento una densidad de fisuras $\lambda_2 = 0.09 \text{ mm}^{-1}$. En la figura 5.3 se muestra a modo de resumen un esquema de las simulaciones realizadas.

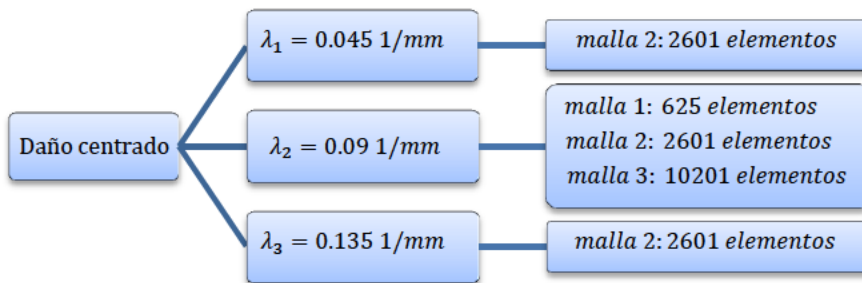


Figura 5.3. Esquema de las simulaciones realizadas para estudiar la localización del daño asociada a un defecto inicial.

5.2.2. Análisis de Sensibilidad de la Malla

En todo modelo numérico es importante realizar un análisis de sensibilidad de la malla para saber que dependencia tienen los resultados con el tamaño de elemento utilizado. Para el estudio que

se presenta en este capítulo se han utilizado tres mallas diferentes, todas ellas estructuradas con elementos tipo S4 (elemento plano de 4 nodos), figura 5.4. La primera de las mallas tiene 625 elementos, la segunda 2601 elementos y la tercera 10201 elementos. El elemento que aparece de color rojo para cada una de las mallas mostradas en la figura 5.4, corresponde al elemento donde se aplica el defecto inicial.

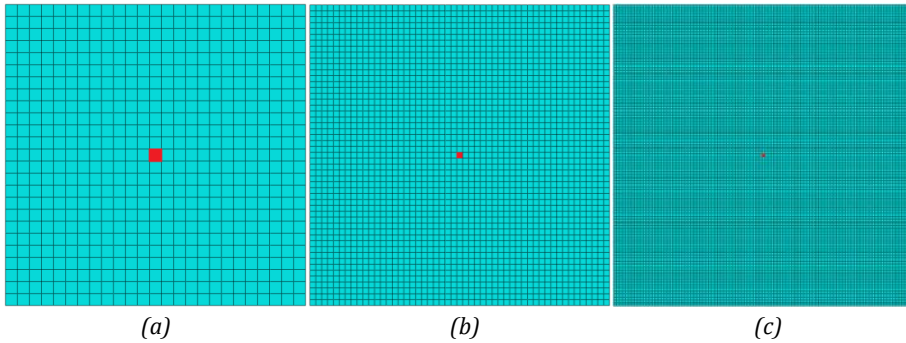


Figura 5.4. Mallas utilizadas para el análisis de sensibilidad de malla. (a) 625 elementos, (b) 2601 elementos y (c) 10201 elementos. Elemento dañado en color rojo.

La variable seleccionada para analizar la sensibilidad de la malla es la curva fuerza-desplazamiento (figura 5.5) ya que, los algoritmos que son dependientes de la sensibilidad de malla normalmente no muestran discrepancias o diferencias en las curvas tensión-deformación para distintas mallas, mientras que la sensibilidad de la malla si se aprecia en la respuesta global fuerza-desplazamiento [44]. Por tanto, a la vista de los resultados mostrados en la figura 5.5, se puede afirmar que la respuesta global del modelo es independiente del tamaño de malla.

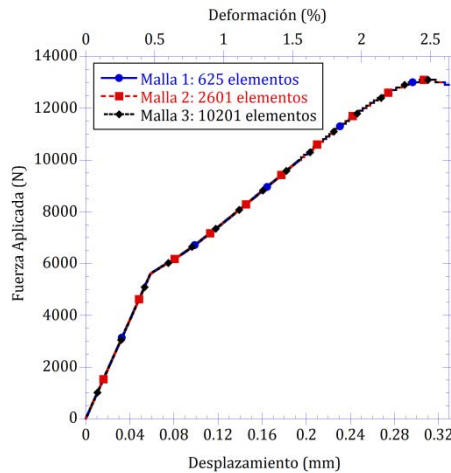


Figura 5.5. Análisis de sensibilidad de la malla para un daño inicial centrado. Respuesta fuerza-desplazamiento.

El motivo por el que el modelo DDM es independiente del tamaño del malla se debe a que, el modelo calcula la densidad de fisuras necesaria para poner en equilibrio un punto de Gauss con el valor de carga aplicada, y satisfaciendo que la función de activación $g = 0$. Si en la ecuación (4.6) $G > G_C$, es necesario crear más fisuras; y cuando $g \leq 0$ se detiene la evolución de fisuras, al menos

hasta que se aumente de nuevo la deformación aplicada. Este procedimiento lo hace independientemente del tamaño del elemento, ya que el modelo está formulado para un RVE de dimensiones $2l \times 1 \times t$, donde t es el espesor del laminado y $2l = 1/\lambda$. No importa el tamaño del elemento, ya que el RVE puede ser más pequeño o más grande que el elemento. No obstante, al igual que cualquier modelo, cuanto más fina sea la malla, mayor resolución tendrá la representación del campo de tensiones y deformaciones, y por ende mejor el resultado visual final. Por este motivo, para analizar si el modelo es capaz de localizar el daño a partir de un defecto inicial cualquiera, de las tres mallas mostradas en la figura 5.4 se ha seleccionado la malla 2 (2601 elementos), como se indicaba en el esquema de la figura 5.4.

5.3. Influencia de la Densidad de Fisuras en la Evolución del Daño

En este apartado se muestran los resultados obtenidos tras aplicar tres valores diferentes de densidad de fisura inicial $\lambda_1 = 0.045 \text{ mm}^{-1}$, $\lambda_2 = 0.09 \text{ mm}^{-1}$ y $\lambda_3 = 0.135 \text{ mm}^{-1}$, sobre el elemento central del laminado (elemento en color rojo) y utilizando una malla de 2601 elementos (figura 5.4.b). Las variables que se van a analizar son: la fuerza aplicada sobre el laminado, la evolución de la densidad de fisuras en las láminas a 90° en el elemento dañado así como a lo largo del ancho de la placa, la evolución del daño en las láminas a 0° a lo largo del ancho de la placa y la evolución de la tensión longitudinal en las láminas a 0° a lo largo del ancho de la placa.

5.3.1. Fuerza Aplicada sobre el Laminado

En esta sección se estudia la influencia que tiene la densidad de fisuras inicial λ_i sobre el comportamiento global (curva fuerza-desplazamiento) del laminado. En la figura 5.6 se muestra la curva fuerza-desplazamiento para los tres valores de densidad de fisura inicial estudiados. Se observa un comportamiento elástico lineal hasta una deformación impuesta de aproximadamente 0.47%, punto que coincide justo con el momento en el que el daño de las láminas a 90° comienza a evolucionar, como se observa más adelante en la figura 5.7, y que a su vez afecta a la rigidez del laminado, lo cual se aprecia mediante un cambio de pendiente en la curva de la figura 5.6. Tras este cambio de pendiente, la curva evoluciona linealmente hasta una deformación aplicada de 2.49%, punto donde la tensión aplicada en las láminas a 0° (dirección en la que se encuentra aplicado el desplazamiento) alcanza el valor de la resistencia a tracción de las fibras F_{1t} , justo cuando se inicia la rotura del laminado.

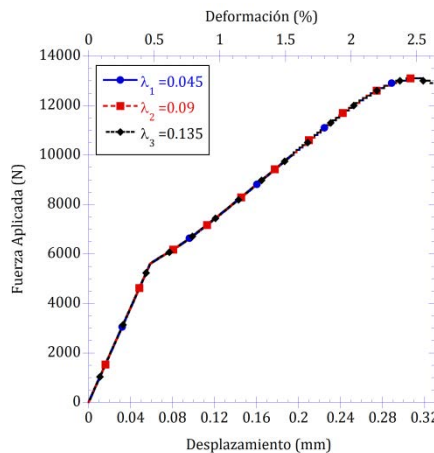


Figura 5.6. Evolución de la fuerza aplicada en el laminado para diferentes valores de densidad de fisura inicial $\lambda_1 = 0.045 \text{ mm}^{-1}$, $\lambda_2 = 0.09 \text{ mm}^{-1}$ y $\lambda_3 = 0.135 \text{ mm}^{-1}$.

A la vista de estos resultados se puede concluir que el comportamiento global del laminado es independiente del valor del daño inicial λ_i , ya que todo el laminado evoluciona en conjunto.

5.3.2. Evolución de la Densidad de Fisura en el Elemento Dañado

En este apartado se estudia cómo evoluciona la densidad de fisura λ en el elemento dañado (elemento en color rojo de la figura 5.4) en función del desplazamiento o deformación aplicado sobre el laminado, para los tres valores iniciales de λ_i seleccionados (figura 5.7).

La densidad de fisura en el elemento dañado comienza con el valor de λ_i impuesto inicialmente en cada caso, hasta coincidir en la misma curva en todos los casos estudiados, tal y como se observa en la figura 5.7. Se observa un retraso en el inicio del incremento de la densidad de fisura a medida que se aumenta el daño inicial aplicado sobre el elemento. No obstante, en todos los casos, la densidad de fisura aumenta con la deformación de la placa hasta casi un valor máximo de 1.4 mm^{-1} para una deformación aplicada de 2.58%. Por tanto, se puede concluir que el valor de la densidad de fisura inicial sólo influye en los instantes iniciales de deformación y no tiene ningún efecto en la evolución posterior de λ .

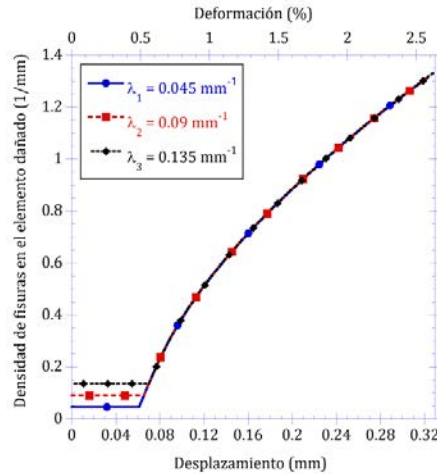


Figura 5.7. Evolución de la densidad de fisura en el elemento dañado para $\lambda_1 = 0.045 \text{ mm}^{-1}$, $\lambda_2 = 0.09 \text{ mm}^{-1}$ y $\lambda_3 = 0.135 \text{ mm}^{-1}$.

Al haberse demostrado que tanto la respuesta global del laminado como la evolución de la densidad de fisura sobre el elemento dañado no dependen del valor inicial λ_i , para el resto de resultados de este capítulo se ha seleccionado un valor de densidad de fisura inicial $\lambda_2 = 0.09 \text{ mm}^{-1}$.

5.3.3. Evolución de la Densidad de Fisuras en las Láminas a 90° a lo Largo del Ancho de la Placa

En este apartado se estudia la evolución de λ en las láminas a 90° del laminado, sobre los elementos situados en la línea vertical del elemento dañado. En la figura 5.8 se muestran los elementos sobre los que se realiza el estudio en cuestión. En rojo aparece el elemento 1, sobre el que se aplica una densidad de fisura inicial $\lambda_2 = 0.09 \text{ mm}^{-1}$ y sobre éste otros seis elementos numerados del 2 al 7, cuya densidad de fisura inicial es $\lambda = 0.02 \text{ mm}^{-1}$, densidad de fisura de referencia y que es la misma para el resto de elementos del laminado.

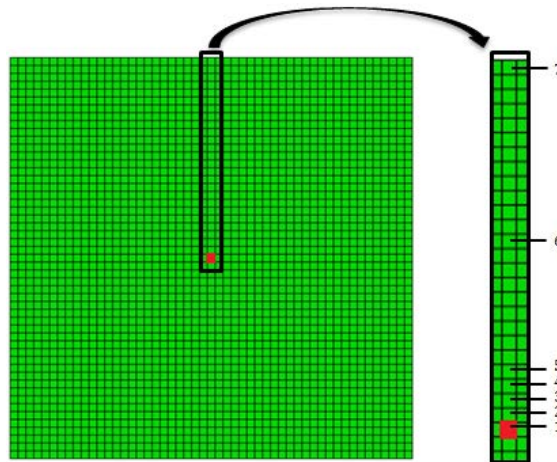


Figura 5.8. Numeración de los elementos a estudiar a lo largo del ancho de la placa para una densidad de fisura inicial $\lambda = 0.09 \text{ mm}^{-1}$ aplicada sobre el elemento 1 (color rojo) de la placa.

Se han seleccionado los elementos situados en la vertical encima del elemento dañado ya que estos elementos están más solicitados que los situados en dirección horizontal (dirección de aplicación de la carga). Como el daño está centrado en la placa, por simetría del problema, sólo se analizan sólo los elementos situados encima del elemento dañado, ya que los elementos situados por debajo se van a comportar exactamente igual que los situados por encima.

La evolución de la densidad de fisuras en las láminas a 90° a lo largo del ancho de la placa está representada en la figura 5.9. La densidad de fisura en el elemento 1 comienza con un valor de $\lambda = 0.09 \text{ mm}^{-1}$ y el resto de elementos de la placa comienzan con un valor de $\lambda = 0.02 \text{ mm}^{-1}$. En la parte inicial de la curva, hasta una deformación del 0.64% (figura 5.10.b), se aprecia cómo, para el elemento inmediatamente superior (elemento 2), la evolución de la densidad de fisura empieza para una deformación del 0.456%. Seguidamente los elementos del 3 al 7 comienzan su evolución al alcanzar una deformación del 0.47% y por último el elemento dañado (elemento 1) empieza su evolución al llegar a una deformación de 0.525%. A partir de esta deformación, todos los elementos evolucionan siguiendo la misma curva. Esto es debido a que, hasta que el resto de elementos no alcancen el valor de densidad de fisura que tiene el elemento 1, este último no puede empezar a dañarse. Una vez que todos los elementos han alcanzado el daño del elemento 1, la densidad de fisura de todos los elementos de la lámina a 90° evoluciona por igual.

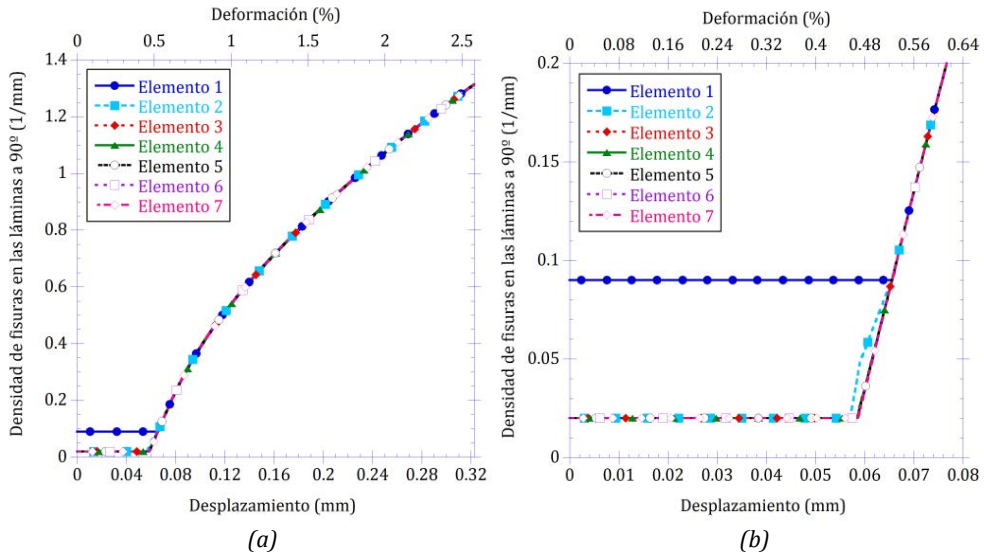


Figura 5.9. Evolución de λ en las láminas a 90° a lo largo del ancho de la placa cuando se aplica un valor inicial de $\lambda = 0.09 mm^{-1}$ en el elemento 1. (a) Curva completa (b) Curva hasta una deformación del 0.64%.

En las figuras 5.10 se muestra la evolución de λ en las láminas a 90° cuando se aplica un estado uniaxial de deformación en dirección x y un valor de densidad de fisura inicial de $\lambda = 0.09 mm^{-1}$. Se observa como el daño se localiza alrededor del elemento dañado y progresa en dirección perpendicular a la aplicación de la carga hasta que todos los elementos alcanzan el valor inicial $\lambda = 0.09 mm^{-1}$ para una deformación del 0.525%. También se observa como la densidad de fisura en la dirección de aplicación de la carga siempre es menor en todas las imágenes que en el resto de la placa. Se observa una clara simetría en la evolución de λ .

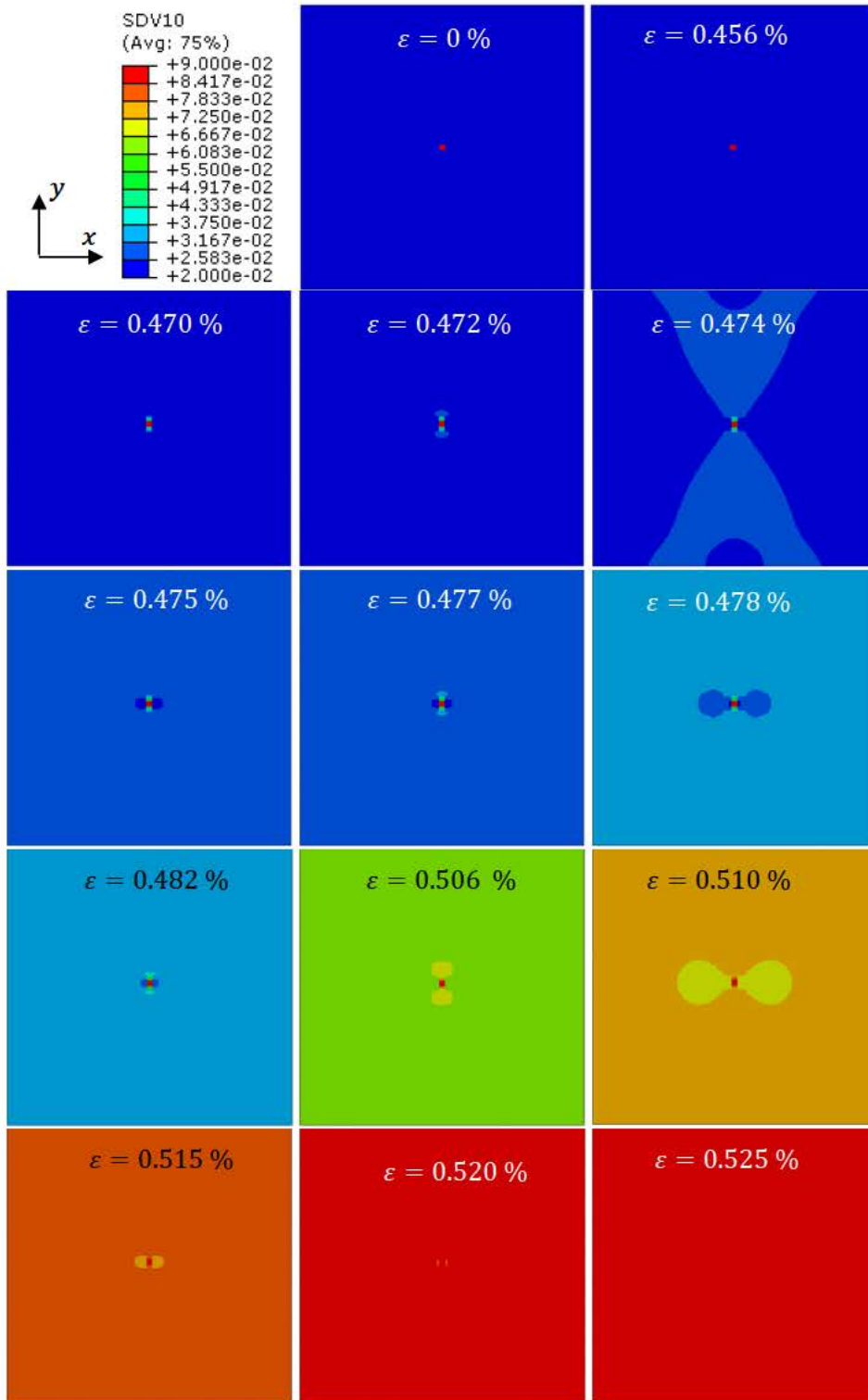


Figura 5.10. Evolución de la densidad de fisura en las láminas a 90° (SDV10) con la deformación, cuando se aplica un valor inicial de densidad de fisura $\lambda = 0.09 \text{ mm}^{-1}$ en el centro de la placa.

5.3.4. Evolución del Daño en las Láminas a 0° a lo Largo del Ancho de la Placa

En la figura 5.11 se representa la evolución del daño en dirección de las fibras (D_1) de las láminas a 0° cuando se aplica sobre ellos un daño inicial de $\lambda = 0.09 \text{ mm}^{-1}$. Se observa cómo hasta una deformación del 1.5% no existe daño en las fibras de las láminas a 0°, y a partir de ese instante el daño se propaga rápidamente hasta que se produce su rotura.

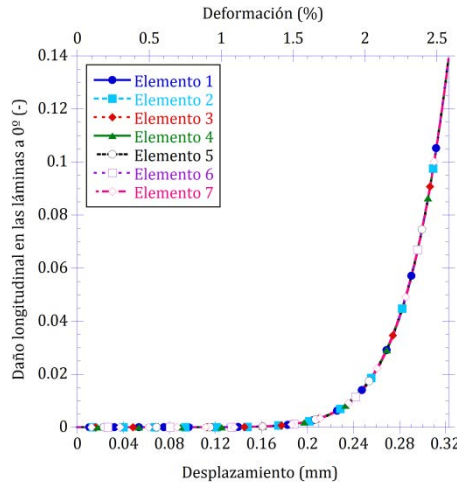


Figura 5.11. Evolución del daño en dirección de las fibras en las láminas a 0° para distintos elementos a lo largo del ancho de la placa para una densidad de fisura inicial de $\lambda = 0.09 \text{ mm}^{-1}$.

A la vista de los resultados mostrados en las figuras 5.7, 5.9 y 5.11 se puede concluir que, la mayor parte del proceso de daño está dominado por el crecimiento de fisuras en la matriz (en las láminas a 90°), que abarca el rango de deformaciones desde 0.470% hasta 2.58%; mientras que el daño en dirección de las fibras se produce para deformaciones comprendidas entre 1.5% y 2.58%.

5.3.5. Evolución de la Tensión Longitudinal en las Láminas a 0° a lo Largo del Ancho de la Placa

En la figura 5.12 se analiza la evolución de la tensión en dirección de las fibras de las láminas a 0° para los distintos elementos mostrados en la figura 5.8 tras aplicar sobre el elemento 1 una densidad de fisura inicial de $\lambda = 0.09 \text{ mm}^{-1}$. Se observa el típico comportamiento elástico lineal de un laminado de material compuesto hasta que se alcanza el valor de la resistencia a tracción de las fibras F_{1t} (1020 MPa, tabla 5.1) para una deformación aplicada del 2.49 %. Finalmente para una deformación del 2.58 % se produce la rotura del elemento.

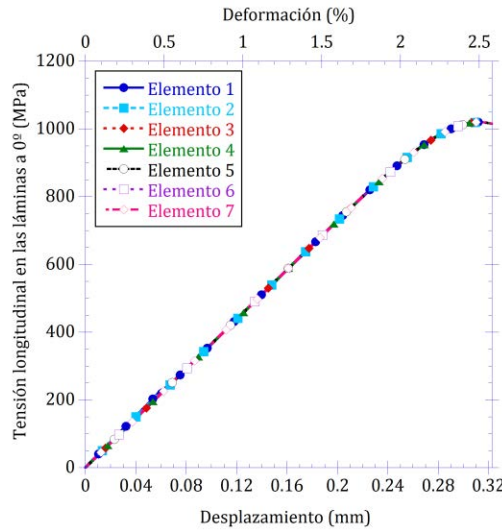


Figura 5.12. Evolución de la tensión en dirección de las fibras en las láminas a 0° para distintos elementos a lo largo del ancho de la placa cuando se aplica una densidad de fisura inicial en el elemento 1 (elemento dañado) de $\lambda = 0.09 \text{ mm}^{-1}$.

5.4. Resumen del Capítulo

La evolución del daño asociado a un defecto en el interior del laminado se ha estudiado para tres valores de densidad de fisura inicial diferentes. Se han evaluado variables tales como: la carga aplicadas sobre el laminado, la evolución de la densidad de fisura dentro del laminado en las láminas a 90° , la evolución del daño y la evolución de la tensión longitudinal en las láminas a 0° .

Tras estudiar el efecto de la localización del daño asociado a un defecto inicial de valor λ_i , se ha llegado a la conclusión de que; para el rango de valores estudiado en este trabajo, tanto carga aplicada sobre el laminado, como la evolución de la densidad de fisura en las láminas a 90° , la evolución del daño en dirección de las fibras en las láminas a 0° y la evolución de la tensión en dirección de las fibras en las láminas a 0° , los resultados no dependen del valor que se le dé al daño inicial λ_i . Esto se debe a que, aunque se aplique un valor de λ_i mayor en uno de los elementos de la placa, el resto va a aumentar su λ hasta alcanzar el valor del elemento dañado. Entonces, cuando todos los elementos tengan la misma λ , evolucionarán de la misma manera, como si solo se tuviera un único elemento. Por lo que, la evolución del daño en el laminado sólo dependerá del material utilizado y de la geometría y secuencia de apilamiento del laminado. A su vez se ha demostrado la aplicabilidad del modelo DDM, siendo éste capaz de localizar el daño a partir de un defecto inicial existente en el laminado.

Capítulo 6

Localización del Daño Asociado a Concentración de Tensiones

El objetivo de este capítulo es ampliar el estudio iniciado en el capítulo anterior en el que se evaluaba la capacidad del modelo DDM de localizar el daño asociado a un defecto inicial, extendiendo el estudio a la localización del daño asociado a un concentrador de tensiones, específicamente a agujeros. En primer lugar se plantea brevemente el problema a resolver. En segundo lugar, se explican las características del modelo numérico para el diseño de una laminado con agujero. Y por último se muestran los resultados obtenidos tras el análisis.

6.1. Planteamiento del Problema

Tal y como se ha indicado anteriormente, la presencia de orificios, entallas o cualquier cambio brusco de sección en la geometría de un laminado produce una concentración de tensiones en las proximidades de dicha irregularidad. La concentración de tensiones asociada a discontinuidades es un tema importante en estructuras fabricadas con laminados de material compuesto, ya que producen una reducción relativamente significativa de la resistencia mecánica del laminado en comparación con la que tendría dicho material sin discontinuidad [16-20].

En este capítulo se estudia la localización del daño que aparece en un laminado sometido a un estado de carga uniaxial en dirección de las fibras a 0° , cuando en él existe un agujero de radio R como el que se muestra en la figura 6.1 y 6.2. Para realizar dicho estudio se ha utilizado el mismo laminado $([0/90_8/0/90_8/0])$ y material (Vidrio/Epoxi) que en el capítulo 5, cuyas propiedades se muestran en la tabla 5.1.

La resistencia mecánica de un laminado con un agujero depende de varios factores como pueden ser: la configuración del laminado, la secuencia de apilamiento y el efecto de tamaño diámetro/ancho entre otros [33-35]. En este capítulo se estudia la influencia del tamaño del agujero. Para ello se han seleccionado cuatro agujeros con distintos radios ($R_1 = 1\text{ mm}$, $R_2 = 1.75\text{ mm}$, $R_3 = 2.5\text{ mm}$ y $R_4 = 5\text{ mm}$). Al ser la densidad de fisura la variable de estado del modelo esta debe tener un valor inicial en todo laminado, que al igual que en el capítulo 6 será igual a $\lambda = 0.02\text{ mm}^{-1}$.

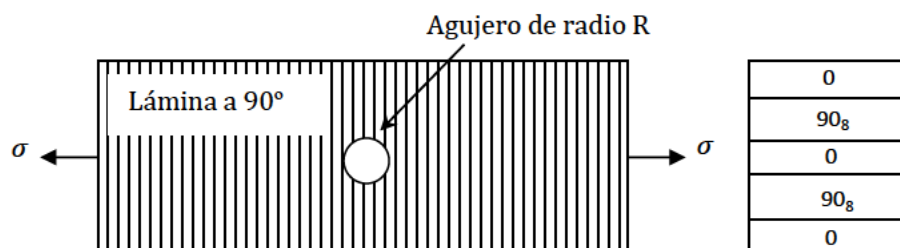


Figura 6.1. Esquema del problema a estudiar. Secuencia de apilamiento $[0/90_8/0/90_8/0]$.

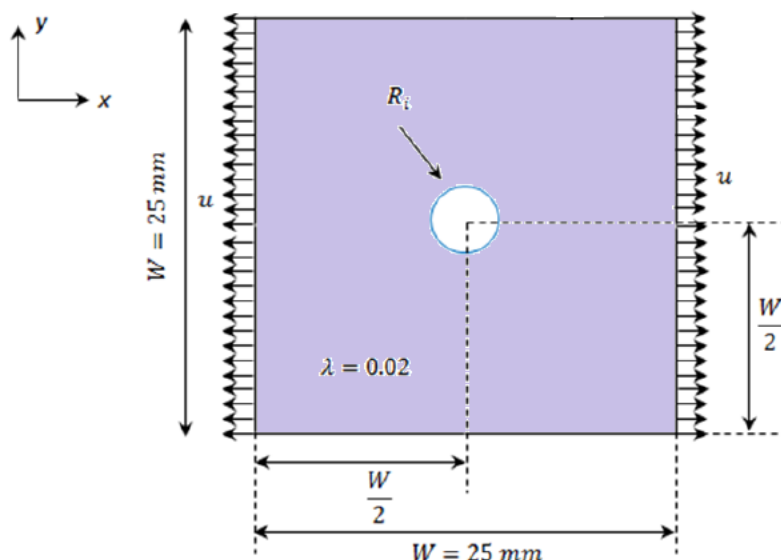


Figura 6.2. Esquema del problema a estudiar, donde R_i es el radio del agujero.

6.2. Modelo Numérico y Análisis de Sensibilidad de la Malla

6.2.1. Descripción del Modelo Numérico

La modelización numérica se ha realizado de nuevo mediante el programa comercial de elementos finitos ABAQUS/Standard. Al igual que ocurría para el laminado con un defecto inicial centrado en la placa (estudiado en el capítulo 5), una placa con un agujero centrado podría simplificarse mediante su modelización a un cuarto por su doble simetría. No obstante, al no ser el coste computacional muy elevado, se ha decidido modelar la placa completa (figuras 6.3).

En la figura 6.3 se muestra la geometría y condiciones de contorno de la placa, la cual se ha modelado de nuevo como un sólido deformable tipo placa considerando un espacio tridimensional, siendo $W = 25 \text{ mm}$ el ancho total del laminado, u el desplazamiento aplicado en la placa en dirección de las fibras a 0° y R el radio del agujero. Se ha impedido el desplazamiento vertical de las esquinas inferiores del laminado para poder fijar la placa. El material utilizado es el mismo que el del capítulo 5, cuyas propiedades se muestran en la tabla 5.1.

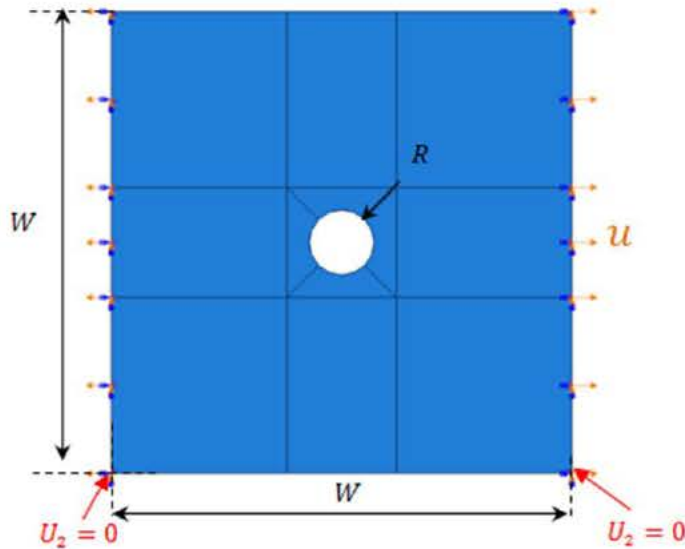


Figura 6.3. Geometría y condiciones de contorno del modelo.

En la figura 6.4 se muestra un esquema de las seis simulaciones que se han llevado a cabo en este capítulo. Se han estudiado un total de cuatro radios de agujero ($R_1 = 1 \text{ mm}$, $R_2 = 1.75 \text{ mm}$, $R_3 = 2.5 \text{ mm}$ y $R_4 = 5 \text{ mm}$) y se ha realizado un estudio de sensibilidad de malla con tres tamaños de malla diferentes. El estudio de sensibilidad de la malla se hace para el caso con agujero de radio R_2 . Con este estudio se pretende analizar la influencia del tamaño del agujero en la evolución del daño del laminado.

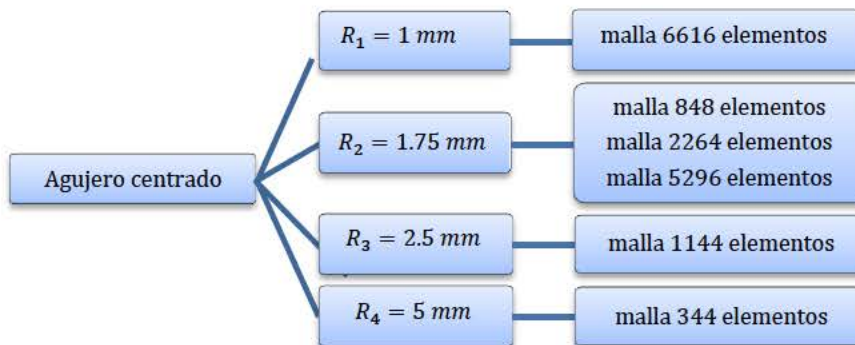


Figura 6.4. Esquema de las simulaciones realizadas para estudiar la localización del daño asociado a concentración de tensiones.

6.2.2. Análisis de Sensibilidad de la Malla

Para el estudio descrito en este capítulo, donde la geometría es diferente a la utilizada en el capítulo 5 (placa con agujero), también es necesario realizar un análisis de sensibilidad de la malla. Para realizar este análisis, se han seleccionado un total de tres mallas diferentes con 848, 2264 y 5296 elementos (figura 6.5 (a), (b) y (c) respectivamente) sobre una placa con un agujero de radio $R_2 = 1.75 \text{ mm}$, y utilizando para su discretización una malla estructurada con elementos tipo S4.

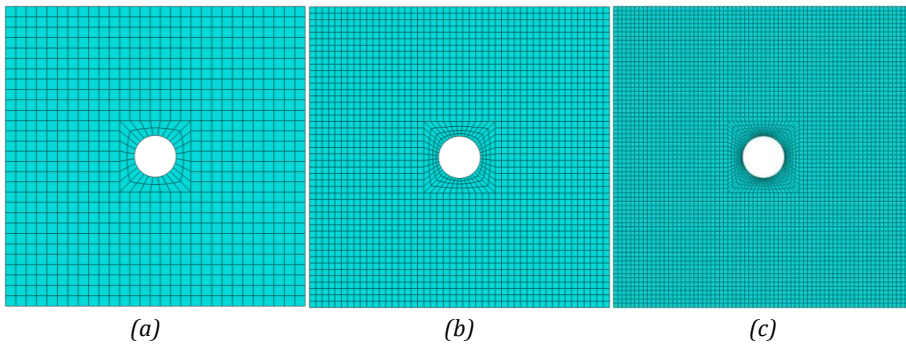


Figura 6.5. Mallas utilizadas para el análisis de sensibilidad de malla de una placa con agujero de radio $R_2 = 1.75$ mm. (a) 848 elementos, (b) 2264 elementos y (c) 5296 elementos.

Como ya se comentó en el capítulo 5, para demostrar que el modelo es independiente del tamaño de malla, se analiza la respuesta global del laminado determinando la curva fuerza-desplazamiento [44]. Esta curva se muestra en la figura 6.6 para las tres mallas analizadas, obteniéndose resultados idénticos en todos los casos. Con esto se puede concluir que el modelo es independiente del tamaño de la malla para cualquier tipo de geometría, con o sin agujero. El motivo por el que el modelo DDM es independiente del tamaño de malla se debe principalmente a que está formulado para un RVE, como se explicó en el punto 5.2.2.

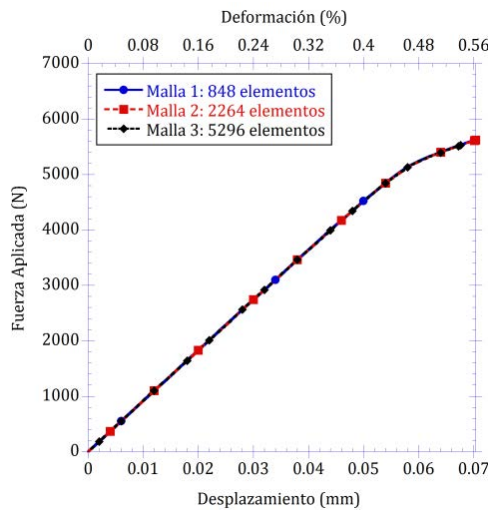


Figura 6.6. Análisis de sensibilidad de la malla para una placa con agujero $R_2 = 1.75$ mm.

6.3. Influencia del Radio del Agujero en la Evolución del Daño

En este apartado se analiza la influencia del radio del agujero sobre distintas variables: fuerza aplicada sobre el laminado, evolución de la densidad de fisuras en las láminas a 90° , evolución del daño longitudinal y tensión longitudinal en las láminas a 0° , valor del factor de concentración de tensiones máximo y distribución del factor de tensiones desde el borde del agujero hasta el borde de la placa en dirección perpendicular a la aplicación de la carga (eje y).

6.3.1. Fuerza Aplicada sobre el Laminado

En la figura 6.7 se muestra la evolución de la fuerza aplicada sobre el laminado para los distintos radios de agujero estudiados. La tendencia de la curva fuerza-desplazamiento es la esperada para un laminado de material compuesto y es similar en todos los casos, observándose una primera zona elástica lineal seguida de un cambio de pendiente hasta alcanzar la tensión última de rotura. Para los tres primeros radios R_1 , R_2 y R_3 las diferencias no son tan notables, mientras que para R_4 las diferencias son mayores. A medida que aumenta el radio del agujero la deformación de rotura aumenta, la rigidez del laminado disminuye y, debido a una menor sección transversal, la tensión de rotura también disminuirá. Además, el comportamiento no lineal (cambio de pendiente) se produce para una deformación ligeramente menor cuanto mayor es el radio del agujero.

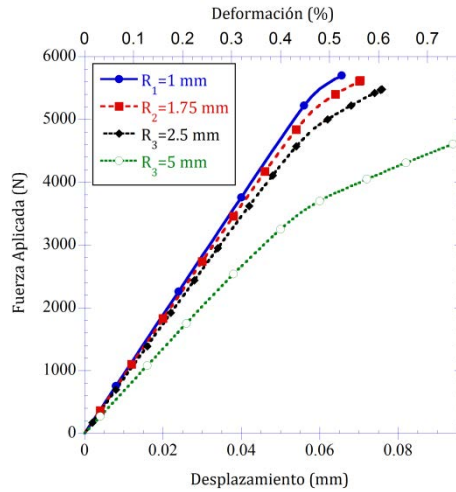


Figura 6.7. Evolución de la fuerza aplicada sobre el laminado para los distintos radios de estudio R_1 , R_2 , R_3 y R_4 .

6.3.2. Evolución del Factor de Concentración de Tensiones en Laminados con Agujero

Como ya se explicó en el capítulo 2, la presencia de un agujero o entalla en un laminado ocasiona una localización de tensiones alrededor de éste, conocida como concentración de tensiones y evaluada a través del Factor de Concentración de Tensiones K [116] (definido según la ecuación 2.3). En el caso de estudio, el punto más tensionado y por tanto más crítico es el punto situado justo en el borde del agujero en dirección perpendicular a la aplicación de la carga. Es en dicho punto donde se alcanza el factor de concentración de tensiones máximo (K_{max}) y se calcula como

$$K_{max} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_N} \quad (6.1)$$

donde σ_{max} corresponde a la tensión máxima aplicada justo en el borde del agujero (punto más tensionado) y σ_N corresponde a la tensión nominal aplicada sobre el laminado.

En la figura 6.8 se muestra la evolución de K_{max} en función de la deformación aplicada al laminado para todos los radios de estudio. A medida que aumenta el radio del agujero también lo hace

K_{max} , intensificándose este aumento para radios de agujero muy grandes como R_4 . No obstante, la forma y tendencia de la curva es la misma en todos los casos, apreciándose cinco puntos de interés numerados del 1 al 5 en color naranja sobre la figura 6.8.

Entre los puntos 1 y 2 no se produce daño en el laminado, y por eso el factor de concentración de tensiones se mantiene constante. Para el caso centrado los valores que toma K_{max} entre los puntos 1 y 2 son: 2.88, 2.90, 2.94 y 3.29 para R_1 , R_2 , R_3 y R_4 respectivamente (ver figura 6.8). En el punto 2 comienza el inicio del daño (agrietamiento de la matriz) tal y como se observa en la figura 6.10.a, retrasándose éste y comenzando para una deformación aplicada mayor a medida que aumenta el radio del agujero, 0.16%, 0.162%, 0.176% y 0.192% para R_1 , R_2 , R_3 y R_4 respectivamente. Justo después de este punto (punto 2), K_{max} disminuye bruscamente hasta alcanzar un mínimo en el punto 3, siendo la pérdida de K_{max} entre los puntos 2 y 3 en todos los casos la misma, con un valor aproximado de 0.7. Cuando la densidad de fisura en el punto situado en el borde del agujero alcanza un valor aproximado igual al inverso del espesor del agrupamiento de láminas a 90° (0.867 mm^{-1}), K_{max} alcanza su valor mínimo justo en el punto 3.

Cuando el nivel de daño en las láminas a 90° es muy alto, su capacidad de carga se reduce, de manera que la mayoría de la carga es soportada por las láminas a 0° . Después, los elementos situados cerca del agujero se comportan de manera similar a un laminado unidireccional en el que las láminas a 90° ya no existen. Por lo tanto, es entonces cuando el K_{max} en el borde del agujero se incrementa ligeramente, hasta alcanzarse el punto 4. Finalmente, cuando la carga está próxima al fallo del laminado, el daño en las fibras ocasiona que el K_{max} decrezca de nuevo, punto 5 (laminado dañado).

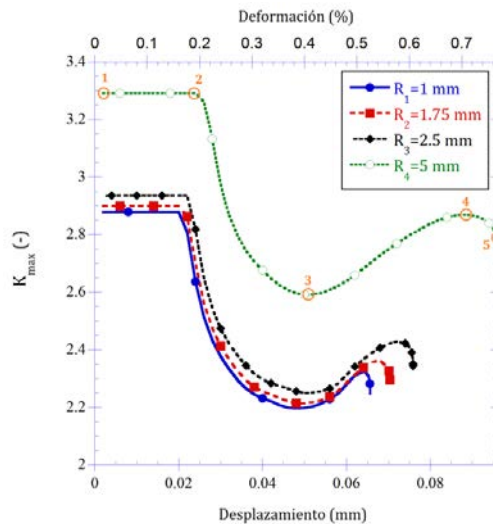


Figura 6.8. Evolución del factor de concentración de tensiones máximo K_{max} para distintos radios mostrando los cinco puntos de interés de la curva.

El factor de concentración de tensiones es un parámetro que depende de variables como la secuencia de apilamiento del laminado y el radio del agujero como ya se ha demostrado [33, 35, 37-40, 42, 144, 148, 149]. Cuando comienza el daño en el laminado, mediante agrietamiento de la matriz, K_{max} en el borde del agujero disminuye, tal y como se muestra en la figura 6.8. Es interesante estudiar la evolución del factor de concentración de tensiones a lo largo del ancho de la placa para cada uno de los radios estudiados. Para llevar a cabo este estudio, se han seleccionado las deformaciones correspondientes a los puntos 1, 3 y 5 de la figura 6.8 por ser los puntos de mayor interés. El punto 1

corresponde al momento en el que el laminado está intacto (sin dañar), el punto 3 es justo el instante en el que K_{\max} alcanza su valor mínimo y el punto 5 es el momento en el que el laminado está completamente dañado.

En la figura 6.9 se muestra la evolución del factor de concentración de tensiones a lo largo del eje de simetría 'y' de la placa, distancia desde el centro del agujero hasta el extremo de la placa, para los distintos radios de estudio y para los tres puntos mencionados anteriormente 1, 3 y 5 (figura 6.9 a, b y c respectivamente). Sólo se muestran los resultados de una mitad del laminado debido a su simetría. En las tres figuras se observa como el factor de concentración de tensiones alcanza su valor máximo en el borde del agujero (siendo éste valor mayor cuanto más grande es el radio del agujero), y decrece rápidamente hasta la unidad en el borde de la placa asintóticamente (placa sin agujero), observándose la importancia del efecto de borde [17]. Se aprecia cómo para el punto 1, cuando el laminado no ha comenzado a dañarse, el factor de concentración de tensiones alcanza su valor máximo mientras que cuando el laminado está completamente dañado (punto 5) el valor del factor de concentración de tensiones disminuye, lo cual está de acuerdo con lo descrito en [145].

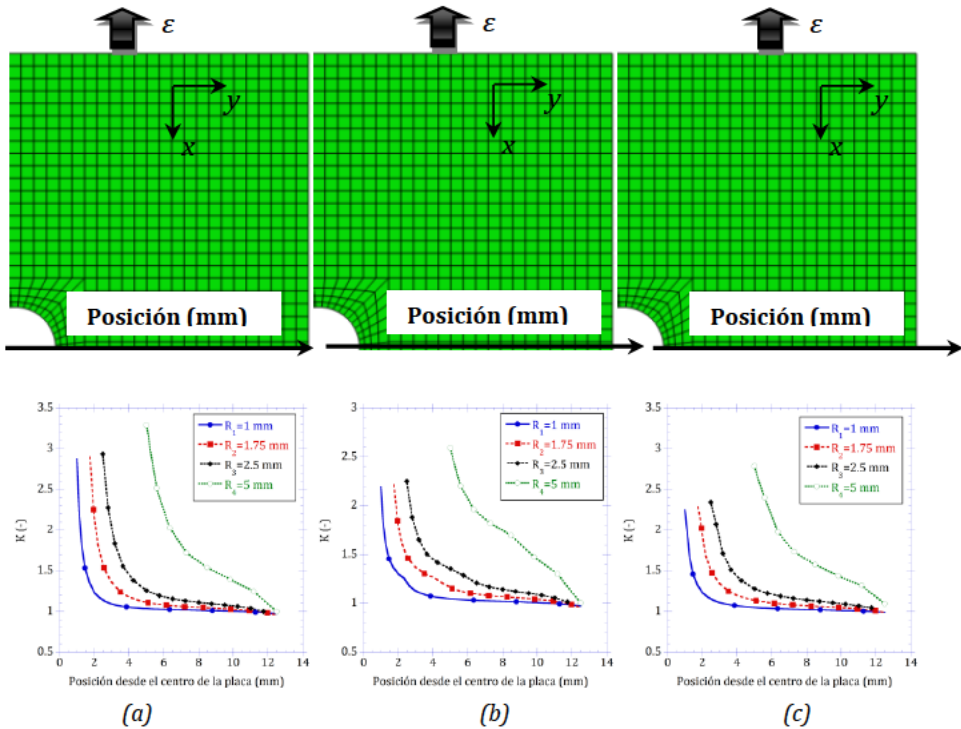


Figura 6.9. Evolución del factor de concentración de tensiones K para los cuatro radios de agujero de estudio a lo largo del eje 'y' de la placa. (a) punto1: laminado sin dañar, (b) punto 3: lugar donde K_{\max} es mínimo y (c) punto 5: laminado dañado.

6.3.3. Evolución de la Densidad de Fisuras en las Láminas a 90°

En la figura 6.10 se presenta la evolución de la densidad de fisuras del nodo situado en el borde del agujero en dirección perpendicular a la aplicación de la carga, por ser este el punto del laminado donde existe una mayor localización de daño.

Se observa un retraso en el inicio de la evolución de λ a medida que aumenta el radio del agujero. En la figura 6.10 se observa como el daño del laminado (agrietamiento de la matriz) en el borde del agujero comienza para una deformación aplicada del 0.16%, 0.162%, 0.176% y 0.192% para los radios R_1 , R_2 , R_3 y R_4 respectivamente, efecto que también se apreciaba en la figura 5.8. El inicio del agrietamiento de la matriz no afecta a la rigidez global del laminado, tal y como se observa en la figura 6.7, donde no se aprecia ningún cambio de pendiente en la curva para las deformaciones donde se inicial el agrietamiento, y esto se debe a que el daño está localizado alrededor del borde del agujero.

Como ya se comentó anteriormente, la rigidez del laminado aumenta al disminuir el radio del agujero (figura 6.7), por lo que se alcanzan tensiones mayores para una misma deformación aplicada, es decir, el laminado se daña más. Esto también se observa en la figura 6.10 donde la evolución de λ toma valores mayores a medida que disminuye el radio, produciéndose un mayor daño en el borde del agujero cuanto más pequeño es el radio. No obstante, el valor de λ máximo alcanzado en todos los casos es de 1.3 y la deformación a la que se alcanza dicho valor es mayor cuanto mayor es el radio del agujero, 0.53%, 0.56%, 0.61% y 0.77% para los radios R_1 , R_2 , R_3 y R_4 respectivamente.

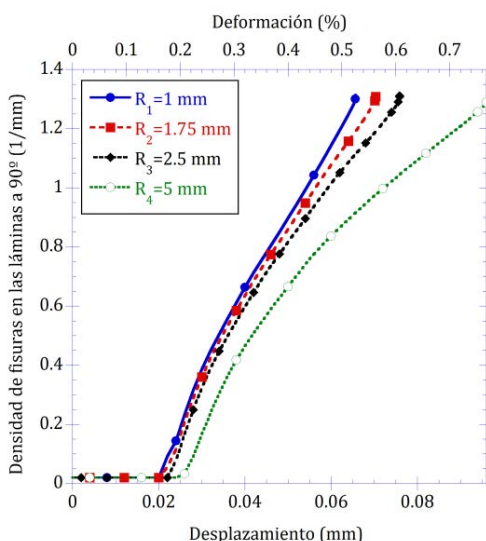


Figura 6.10. Evolución de la densidad de fisura del nodo situado en el borde del agujero de las láminas a 90° para distintos radios.

Sólo cuando el daño de la matriz se extiende sobre toda la placa, aproximadamente para una deformación de 0.45%, 0.44%, 0.43% y 0.39% para R_1 , R_2 , R_3 y R_4 respectivamente; es posible observar una reducción de la rigidez (figura 6.7). Inmediatamente después, el daño de las fibras comienza, lo que conduce rápidamente al fallo del laminado. Debido a la concentración de tensión ocasionada por el agujero, el daño se localiza alrededor del borde del agujero en lugar de propagarse de forma repentina por toda la placa como ocurría en el caso con un defecto inicial (capítulo 5). Por lo tanto, la disminución de la rigidez del laminado es menos pronunciada cuando hay un agujero (figura 6.7) que cuando existe un defecto inicial (figura 5.6).

Por otro lado, en la figura 6.11 se muestran los contornos de la evolución de la densidad de fisuras en las láminas a 90° para los cinco puntos señalados en la figura 5.8. Como ya se explicó en el capítulo 2 el daño por agrietamiento de matriz se inicia en las láminas a 90°.

Como se observa en las figuras 6.11 a y 6.11.b (correspondiente a los puntos 1 y 2 de la figura 6.8) el laminado está sin dañar, por eso la densidad de fisuras en toda la placa corresponde con el valor inicial impuesto en todo el laminado (0.02 mm^{-1}). Una vez alcanzado el punto 2 se inicia el daño en el laminado. Para el nivel de deformación aplicada que produce la mayor reducción del factor de concentración de tensiones (punto 3 de la figura 6.8), el daño se localiza alrededor del borde del agujero en dirección perpendicular a la aplicación de la carga. En ese momento la rigidez del laminado disminuye produciéndose una redistribución de tensiones hacia los bordes de la placa.

Al incrementar el radio del agujero (de arriba hacia abajo en la figura 6.12), la extensión del área dañada alrededor del agujero también aumenta como se muestra en la figura 6.11.c-e. Al aumentar la deformación aplicada sobre el laminado (punto 4 y punto 5), el daño empieza a extenderse hacia los bordes de la placa, intensificándose esta evolución para radios mayores. En todos los casos, la evolución de la densidad de fisuras se produce en dirección perpendicular a la aplicación de la carga, sin observarse daño alguno en la dirección de aplicación de la carga. Se observa una clara simetría en la evolución de λ .

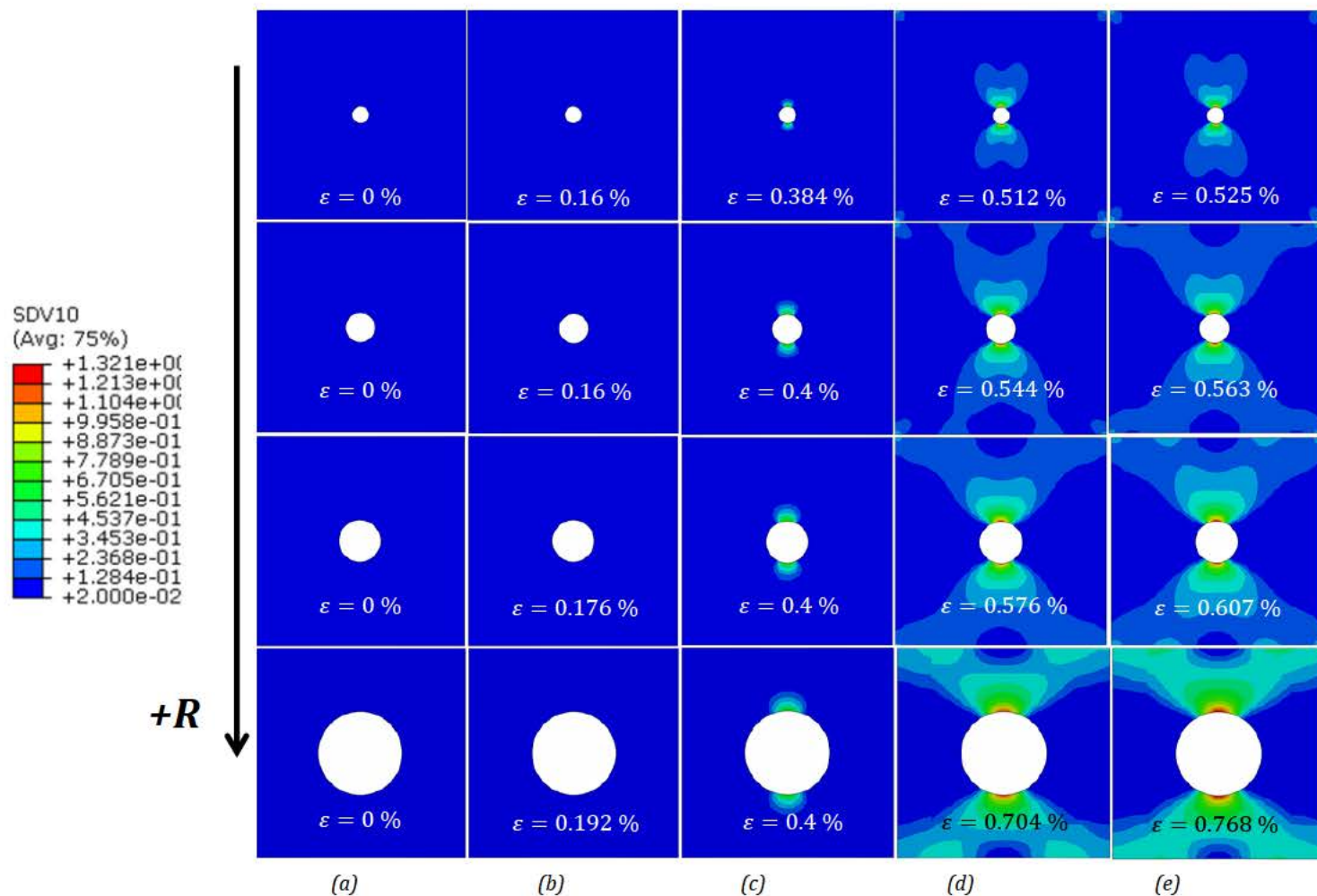


Figura 6.11. Evolución de la densidad de fisura en las láminas a 90° para los distintos radios de estudio ($R_1 = 1 \text{ mm}$, $R_2 = 1.75 \text{ mm}$, $R_3 = 2.5 \text{ mm}$ y $R_4 = 5 \text{ mm}$, de arriba hacia abajo) sobre los cinco puntos mostrados en la figura 5.8: (a) punto 1, (b) punto 2, (c) punto 3, (d) punto 4 y (e) punto 5.

6.3.4. Evolución de la Tensión Longitudinal en las Láminas a 0°

En este apartado se estudia la evolución de la tensión longitudinal en las láminas a 0° medida sobre el elemento situado en el borde del agujero en dirección perpendicular a la aplicación de la carga (figura 6.12). La tendencia de las curvas es la misma para los distintos radios justo en el instante en el que comienza el daño de la matriz. Este cambio de pendiente se produce para una deformación aplicada de 0.16%, 0.162%, 0.176% y 0.192% para los radios R_1 , R_2 , R_3 y R_4 respectivamente (figura 6.12 y ver también figuras 6.8 y 6.10). Justo después, se observa de nuevo una tendencia lineal casi hasta el punto en el que se alcanza la tensión de rotura de las fibras del material (1020 MPa).

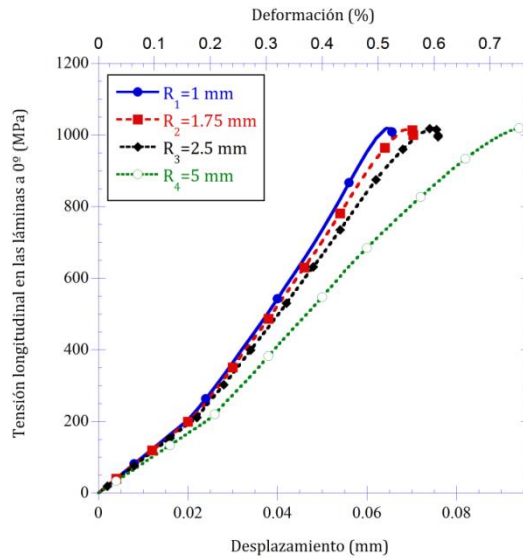


Figura 6.12. Evolución de la tensión longitudinal en las láminas a 0° para el elemento situado en el borde del agujero utilizando distintos radios.

En la figura 6.13 se representa la evolución del contorno de tensiones en dirección de las fibras de las láminas a 0° para los cinco puntos señalados en la figura 6.8 y para todos los radios de estudio. Justo en el momento en el que el laminado comienza a dañarse (punto 2), se produce un aumento en la distribución de tensiones en las proximidades del agujero en dirección perpendicular a la aplicación de la carga, figuras 6.13.b. A medida que el radio del agujero aumenta, el área de la distribución de tensiones se amplifica notablemente hacia los bordes de la placa. Esta distribución de tensiones sigue aumentando en la misma dirección a medida que aumentan la deformación aplicada en el laminado y el radio del agujero, tal y como se observa en la figura 6.13.c-e. Además, en todos los casos el menor valor de la tensión siempre se localiza en las proximidades del agujero en la dirección de aplicación de la carga. Al igual que se comentó en la sección 6.3.3, se aprecia una clara simetría en la solución (figura 6.13).

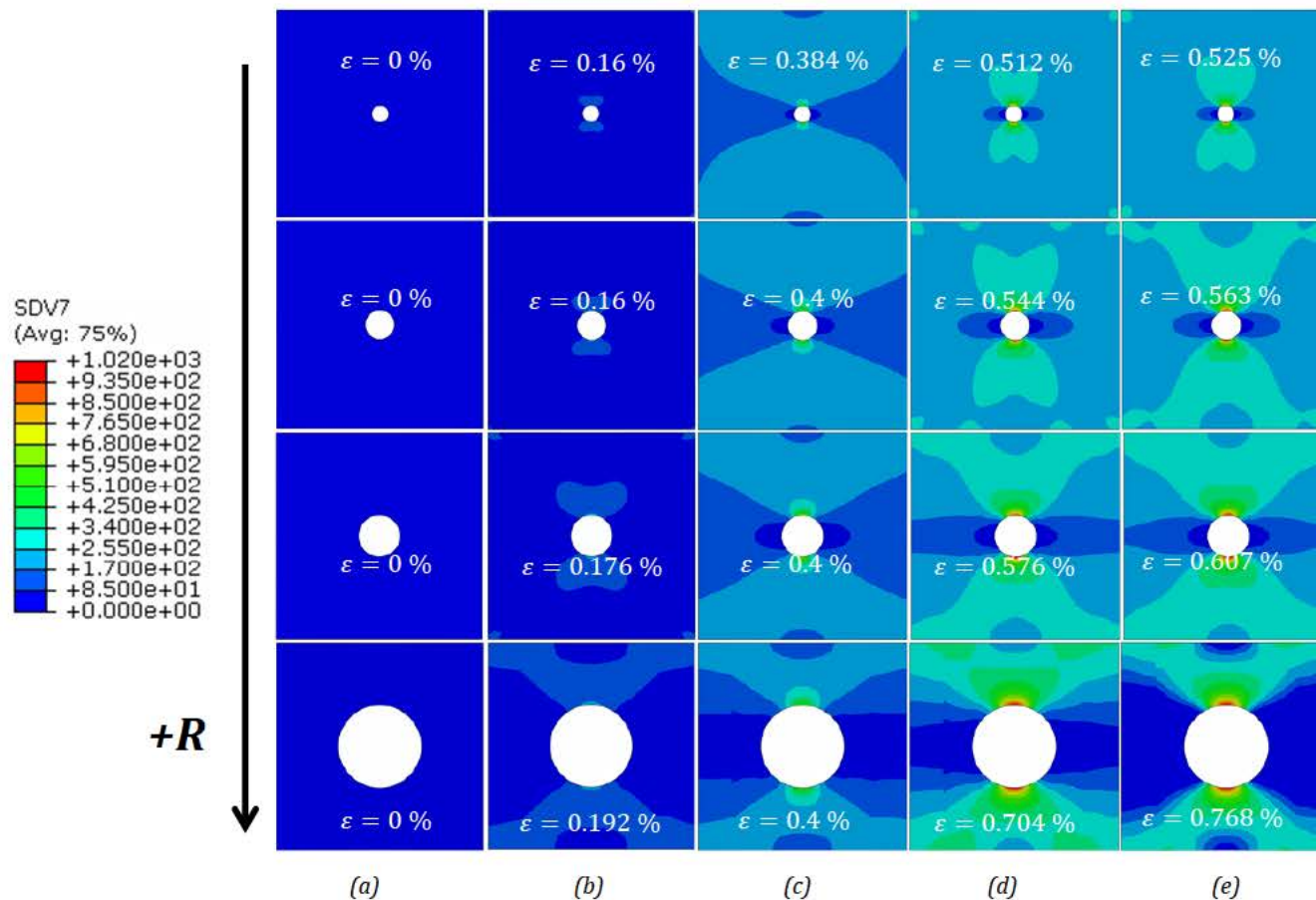


Figura 6.13. Evolución de la densidad de fisura en las láminas a 90° para los distintos radios de estudio ($R_1 = 1 \text{ mm}$, $R_2 = 1.75 \text{ mm}$, $R_3 = 2.5 \text{ mm}$ y $R_4 = 5 \text{ mm}$, de arriba hacia abajo) sobre los cinco puntos mostrados en la figura 5.8: (a) punto 1, (b) punto 2, (c) punto 3, (d) punto 4 y (e) punto 5.

6.3.5. Evolución del Daño Longitudinal en las Láminas a 0°

La evolución del daño en dirección de las fibras de las láminas a 0° se muestra en la figura 6.14 para el elemento situado justo en el borde del agujero en dirección perpendicular a la aplicación de la carga. La evolución del año en las láminas a 0° comienza cuando el daño de la matriz en las láminas a 90° se extiende sobre toda la placa, produciéndose una disminución en la rigidez del material (cambio de pendiente observado en la figura 6.7), punto que coincide aproximadamente con el factor de concentraciones mínimo en el borde del agujero (punto 3 figura 6.8). Además, una vez iniciado el daño, éste crece asintóticamente.

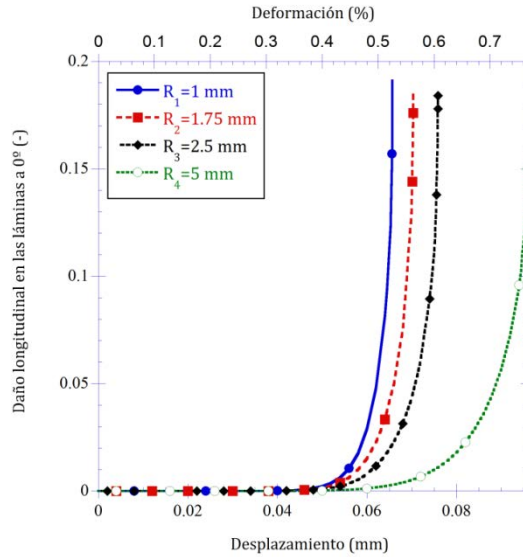


Figura 6.14. Evolución del daño longitudinal en las láminas a 0° para el elemento situado en el borde del agujero utilizando distintos radios.

6.4. Resumen del Capítulo

La evolución del daño asociada a un concentrador de tensiones tipo agujero se ha estudiado para cuatro diámetros de agujero diferentes. Se han evaluado variables tales como: la fuerza aplicadas sobre el laminado, el factor de concentración de tensiones máximo así como a lo largo del ancho de la placa, la evolución de la densidad de fisura dentro del laminado en las láminas a 90°, la evolución del daño y la evolución de la tensión longitudinal en las láminas a 0°.

Se puede concluir que el modelo DDM es capaz de localizar el daño en laminados que presentan un concentrador de tensiones como es un agujero. Se ha observado un incremento en el factor de concentración de tensiones máximo a medida que aumenta el radio del agujero. Adicionalmente se observa una disminución asintótica de K a lo largo del eje perpendicular al de aplicación de la carga, desde un valor máximo, que se alcanza justo en el borde del agujero, hasta un valor unitario al aproximarse a los bordes de la placa, correspondiente a un laminado sin agujero. Respecto a la evolución del daño en la matriz, al aumentar el radio del agujero, la aparición de fisuras en la matriz se retrasa pero el comportamiento global del laminado no se ve influenciado por la aparición de este

daño. No obstante la extensión de área dañada alrededor del agujero es mayor cuanto mayor es el radio del agujero.

Capítulo 7

Validación del Modelo DDM

7.1. Introducción

Una vez se ha comprobado que el modelo DDM es capaz de predecir la localización del daño asociado a la presencia de concentradores de tensión (capítulos 5 y 6), y que los resultados son independientes del tamaño de malla, es necesario proceder a su validación con resultados experimentales. Para ello, se han seleccionado resultados para un amplio rango de materiales, secuencias de apilamiento y geometrías obtenidas de la literatura científica y de los resultados experimentales realizados en el marco de la presente Tesis Doctoral, los cuales se muestran en el apartado 3.6.2.

La estructura de este capítulo es la siguiente: en primer lugar se realiza una breve descripción del problema a estudiar y validar, explicando los distintos criterios que se han utilizado para estimar la carga a rotura de los laminados y los distintos materiales seleccionados para este estudio. Posteriormente, se muestran y comparan las tensiones de rotura obtenidas experimentalmente en esta Tesis y por otros autores de la literatura con las obtenidas numéricamente.

7.2. Descripción del Problema

La validación del modelo DDM descrito en el capítulo 4 se ha realizado en términos de la tensión última de rotura del laminado y adicionalmente en algunos casos mediante la comparación con la curva tensión-deformación. Los resultados seleccionados corresponden a la tensión de rotura de distintos laminados, los cuales se han obtenido a partir de ensayos de tracción uniaxial en dirección de las fibras de las láminas a 0°.

Para estimar la tensión de rotura con el modelo DDM se han definido tres criterios diferentes. A continuación se muestran los datos de los distintos laminados utilizados en la validación del modelo, así como los criterios propuestos para la obtención de la tensión de rotura.

7.2.1. Laminados seleccionados para la validación

Se han seleccionado resultados para un gran número de materiales, secuencias de apilamiento y geometrías obtenidos de la literatura científica [12, 23, 35, 40, 42, 57, 109, 165, 166] y también de los ensayos experimentales realizados en la presente Tesis Doctoral (apartado 3.6.2). Se han seleccionado

un total de veinticuatro laminados cuasi-isótropos, con seis fibras diferentes (T300, T700, AS4, IM7, CCF300, and HTA) y nueve matrices (1034C, 3502, 3501-6, APC2, 8552, 8911, 5228, 5428, and 6376-C).

En las tablas 7.1 y 7.2 se muestran los datos experimentales obtenidos de la literatura científica para laminados sin agujero y con agujero respectivamente, y en la tabla 7.3 se muestran los resultados correspondientes a los ensayos experimentales realizados en el marco de la presente Tesis.

Tabla 7.1. Datos experimentales de la literatura científica para laminados sin agujero.

Laminado	Material	Secuencia apilamiento	W (mm)	Experimental σ (MPa)
L1	AS4/3501-6	[45/90/-45/0] _{2s}	38.1	660 (6.80%) [13]
L2	AS4/APC2	[-45/0/45/90] _{2s}	38.1	792 (2.78%) [13]
L3	IM7/8552	[90/0/±45] _{3s}	38.1	845.1 (1.29%) [40]
L4	HTA/6376-C	[45/0/-45/90] _{2s}	36	710 (2.4%) [42]
L5		[90/0] _{4s}	36	1110 (1.5%) [42]
L6		[90/0] _{2s}	36	1060 (5.2%) [42]

Tabla 7.2. Datos experimentales de la literatura científica para laminados con agujero.

Laminado	Material	Secuencia apilamiento	R (mm)	W (mm)	Experimental σ (MPa)
L7	T300/1034-C	[0/±45/90] _{7s}	3.175	25.4	160 [23, 109]
L8	AS4/3502	[0/90/±45] _s	3.81	25.4	326 [23]
L9	AS4/3501-6	[45/90/-45/0] _{2s}	3.175	38.1	341 (5.28%) [13]
L10	AS4/APC2	[-45/0/45/90] _{2s}	3.175	38.1	357 (8.96%) [13]
L11	IM7/8552	[45/90/-45/0] _{2s}	3.175	32	438 (2.44%) [35]
L12		[45/90/-45/0] _{4s}	3.175	32	433 (2.3%) [35]
L13	IM7/8552	[90/0/±45] _{3s}	5	60	373.7 (3.8%) [40]
L14	CCF300/5228	[45/0/-45/90] _{3s}	3	36	325 [165]
L15	CCF300/5428	[45/0/-45/90] _{3s}	3	36	375 [165]
L16	T700/5428	[45/0/-45/90] _{3s}	3	36	517 [165]
L17	T700/8911	[0/45/90/-45] _{2s}	5	25	401 [166]
L18		[0/45/90/-45] _{2s}	2.5	25	570 [166]
L19		[90/45/0/-45] _{2s}	2.5	38	570 [166]
L20	HTA/6376-C	[45/0/-45/90] _{2s}	3	36	380 (1.9%) [42]

Tabla 7.3. Datos experimentales obtenidos en la presente Tesis Doctoral.

Laminado	Material	Secuencia apilamiento	R (mm)	W (mm)	Experimental σ (MPa)
L21	AS4/3501-6 [13]	[45/90/-45/0] _{2s}	0	36	512.73 (3.12%)
L22			3	36	318.84 (3.23%)
L23			4	36	318.74 (3.73%)
L24			5	36	258.13 (8.43%)

Las propiedades de los once materiales estudiados durante el proceso de validación se han obtenido de la literatura científica y se muestran en las tablas 7.4 y 7.5.

Tabla 7.4. Propiedades de los materiales compuestos analizados I.

Propiedad	T300/1034-C [23, 109]	AS4/3502 [23]	AS4/3501-6 [13] (fv=0.6)	AS4/APC2 [13] (fv=0.6)	IM7/8552 [35] (fv=0.6)	IM7/8552 [40] (fv=0.6)
E1 (GPa)	146.8	143.9	123	112	161	171.42
E2 (GPa)	11.4	11.9	9.6	11	11.4	9.08
G12 (GPa)	6.1	6.7	4.8	6.2	5.17	5.29
ν_{12}	0.3	0.326	0.31	0.32	0.32	0.32
ν_{23}	0.427	0.44	0.43	0.44	0.44	0.44 ^[81]
α_1 ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)	-1·10 ⁻⁶	-0.89·10 ⁻⁶	-1·10 ⁻⁶	40.2·10 ⁻⁶	0	-5.5·10 ⁻⁶
α_2 ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)	26·10 ⁻⁶	23·10 ⁻⁶	21.6·10 ⁻⁶	40.2·10 ⁻⁶	1·10 ⁻⁵	25.8·10 ⁻⁶
G_{IC} (N/mm)	0.228	0.358 ^a	0.59 ^a	0.54 ^a	0.2	0.2774
G_{IIC} (N/mm)	0.455	0.396 ^a	0.89 ^a	3.65 ^a	1	0.7879
F_{1t} (MPa)	1730	1862	1600	2000	2806 ^[52]	2326.2
F_{1c} (MPa)	1379	1482	1480	1080	1200	1200.1
F_{2t} (MPa)	66.5	52	60	73.1	60 ^[52]	62.3
F_{2c} (MPa)	268.2	207	200	196	185 ^[52]	199.8
F_6 (MPa)	58.7	65	80.7	190	90 ^[52]	92.3
t_t (mm)	0.8 ^b	0.8 ^b	0.8 ^b	0.8 ^b	0.8 ^b	0.8 ^b
t_k (mm)	0.1308	0.1308 ^[82]	0.134 ^[90]	0.125 ^[90]	0.125 ^[52]	0.131
m	3 ^c	4 ^c	4 ^c	5 ^c	6 ^c	5 ^c

Tabla 7.5. Propiedades de los materiales compuestos analizados II.

Propiedad	CCF300/5228 [165] (fv=0.63)	CCF300/5428 [165] (fv=0.63)	T700/5428 [165] (fv=0.63)	HTA/6376-C [42]	T700/8911 [166] (fv=0.62)
E1 (GPa)	137	145	125	139	135
E2 (GPa)	8.8	9.75	7.8	10	11.41
G12 (GPa)	4.4	5.69	5.6	5.2	7.92
ν_{12}	0.32	0.312	0.32	0.32	0.33
ν_{23}	0.46	0.44	0.46	0.51	0.33
α_1 ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)	1.5·10 ⁻⁷	4·10 ⁻⁷	9.7·10 ⁻⁷	-1·10 ⁻⁶	-1·10 ⁻⁶
α_2 ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)	3.54·10 ⁻⁵	2.5·10 ⁻⁵	2.09·10 ⁻⁵	24·10 ⁻⁶	24·10 ⁻⁶
G_{IC} (N/mm)	1.17 ^a	0.77 ^a	0.85 ^a	0.26 ^[91]	0.50 ^a
G_{IIC} (N/mm)	2.05 ^a	1.15 ^a	1.36 ^a	1.002 ^[91]	0.70 ^a
F_{1t} (MPa)	1744	1858	2450	2170	2600
F_{1c} (MPa)	1230	1318	1210	1600	1422
F_{2t} (MPa)	81	69	65	73	60.3
F_{2c} (MPa)	245	229	220	290	241
F_6 (MPa)	120	102	111	83	94
t_t (mm)	0.8 ^b	0.8 ^b	0.8 ^b	0.8 ^b	0.8 ^b
t_k (mm)	0.125	0.125	0.125	0.13	0.1125
m	4 ^c	3 ^c	3 ^c	6 ^c	5 ^c

^a Estimado [57, (7.39)]^b [57, § 7.2.1]^c [57, Tabla 2.3]

7.2.2. Modelización Numérica y Criterios de Fallo Utilizados

Las placas han sido discretizadas de manera estructurada con elementos tipo S4 como se muestra en la figura 7.1. Para los laminados que no presentan agujero, la discretización se ha hecho con un total de 900 elementos (figura 7.1 a), mientras que para los laminados que si tienen agujero el número total de elementos utilizados varía para cada una de las geometrías analizadas (distintos radios de agujero y anchos de placa). En este último caso, siempre se ha intentado que el tamaño de los elementos sea aproximadamente del mismo tamaño en todos los casos estudiados (figura 7.1.b). Las condiciones de contorno son las mismas que las utilizadas en capítulos anteriores.

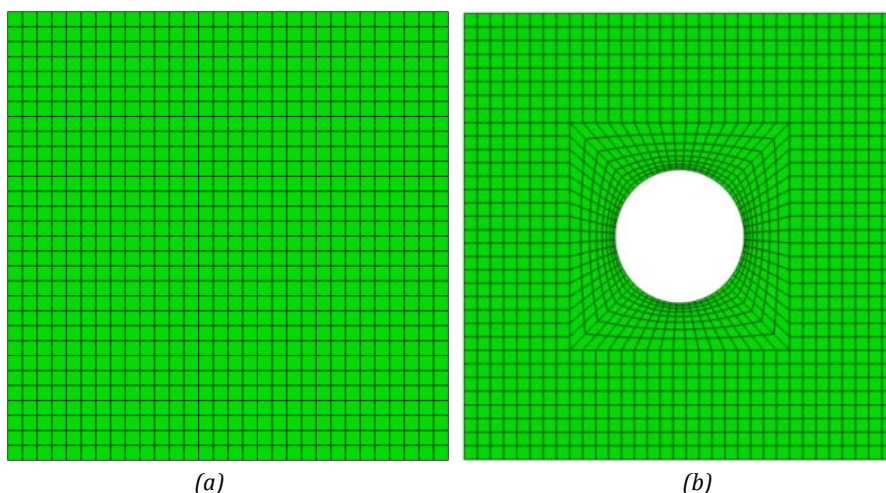


Figura 7.1. Discretización de (a) Laminado sin agujero y (b) Laminado con agujero.

Para estimar la tensión de rotura de los laminados se han definido tres criterios: Criterio de Diseño, Criterio Local y Criterio Macro [164]. El primer criterio se suele utilizar en diseño cuando los otros dos criterios no pueden emplearse, por limitaciones del modelo o del software de cálculo. Para poder definir cada uno de estos tres criterios, se necesita la curva de la tensión en dirección de las fibras de las láminas a 0° del elemento situado justo encima del agujero, concretamente del punto de Gauss más solicitado (ver figura 7.2).

El Criterio de Diseño asume que, el laminado falla cuando la tensión longitudinal en el punto de Gauss más solicitado alcanza la tensión de rotura a tracción de las fibras (F_{1t}). El Criterio Local considera que, el laminado falla cuando la tensión longitudinal en el punto de Gauss más solicitado decrece hasta cero, por lo que la región alrededor de dicho punto de Gauss está completamente dañada. Finalmente, el Criterio Macro asume que, el laminado falla cuando se alcanza la carga y desplazamiento máximos que el algoritmo es capaz de aplicar, considerando ablandamiento longitudinal transversal, corte, y los daños causados por la fibra y la matriz, respectivamente. Al final, el algoritmo detecta cuando la matriz de rigidez se hace singular, lo que corresponde con el fallo del Criterio Macro [164].

Los criterios mencionados anteriormente sólo son aplicables a laminados con agujero. Un laminado intacto, sin agujeros o defectos, no presenta concentración de tensiones y por tanto la distribución de tensiones sobre toda la placa será uniforme, produciéndose la rotura cuando la tensión longitudinal en las láminas a 0° alcance la tensión de rotura a tracción de las fibras (F_{1t}). Por ello, en laminados sin agujero, los tres criterios van a coincidir y no tiene sentido diferenciar entre criterios.

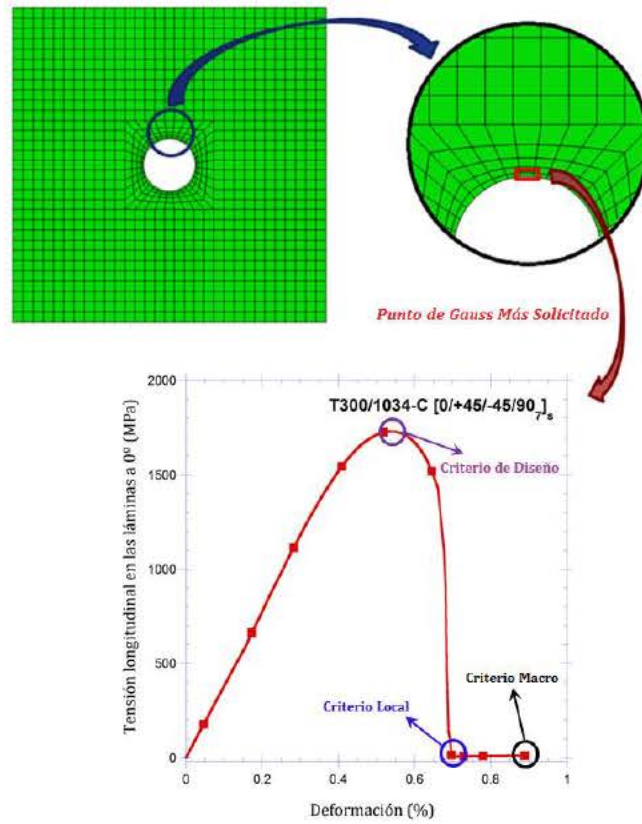


Figura 7.2. Definición de los criterios utilizados para estimar la carga de rotura de un laminado.

7.3. Resultados y Validación

En este apartado se comparan los resultados experimentales de cada uno de los laminados mostrados en las tablas 7.1 a 7.3 con los resultados numéricos obtenidos tras la utilización del modelo DDM. Como ya se indicó anteriormente, la validación se ha llevado a cabo en términos de la tensión última de rotura.

En la tabla 7.6 se presentan los resultados correspondientes a los laminados sin agujero seleccionados de la literatura científica. En este caso, al no existir concentración de tensiones, los tres criterios definidos en la sección anterior coinciden en valor y por ello sólo se muestra un único valor como resultado numérico en comparación con el resultado experimental.

Tabla 7.6. Tensión de rotura experimental y numérica para los laminados sin agujero seleccionados de la literatura científica.

Laminado	Experimental σ (MPa)	Número σ (MPa)	Error (%)
L1	660 (6.80%) [13]	649.95	1.52
L2	792 (2.78%) [13]	792.45	0.06
L3	845.1 (1.29%) [40]	854.35	1.09
L4	710 (2.4%) [42]	708.49	0.21
L5	1110 (1.5%) [42]	1118.1	0.73
L6	1060 (5.2%) [42]	1107.6	4.49

A la vista de los resultados mostrados en la tabla 7.6, los resultados numéricos son muy próximos a los obtenidos experimentalmente, siendo la mayor de las diferencias del 4.49%, con lo que se concluye que el modelo DDM es capaz de predecir la tensión de rotura de laminados sin agujero.

En la tabla 7.7 se presentan los resultados correspondientes a los laminados con agujero obtenidos de la literatura científica. En este caso, en la tabla 7.7 se incluyen tres resultados correspondientes al modelo numérico, los cuales hacen referencia al criterio de diseño, criterio local y criterio macro definidos en la sección 7.2.2.

Tabla 7.7. Tensión de rotura experimental y numérica (criterio de diseño, criterio local y criterio macro) para los laminados con agujero seleccionados de la literatura científica.

Laminado	Exp. σ (MPa)	Num. Criterio Diseño		Num. Criterio Local		Num. Criterio Macro	
		σ (MPa)	Error (%)	σ (MPa)	Error (%)	σ (MPa)	Error (%)
L7	160 [23]	132.59	17.13	162.12	1.33	190.38	18.99
L8	326 [23]	283.09	13.16	313.31	3.89	313.31	3.89
L9	341 (5.28%) [13]	250.93	26.41	330.02	3.22	425.21	24.70
L10	357 (8.96%) [13]	318.84	10.69	361.84	1.36	522.56	46.38
L11	438 (2.44%) [35]	395.03	9.81	439.19	0.27	439.19	0.27
L12	433 (2.3%) [35]	395.04	8.77	436.38	0.78	506.78	17.04
L13	373.7 (3.8%) [40]	349.32	6.52	405.21	0.84	452.98	21.21
L14	325 [165]	260.43	19.87	303.59	6.59	324.99	0.003
L15	375 [165]	302.37	19.37	375.76	0.20	392.79	4.74
L16	517 [165]	406.42	21.39	497.26	3.82	515.92	0.21
L17	401[166]	364.87	9.01	399.98	0.25	399.98	0.25
L18	570 [166]	409.99	28.07	453.87	20.37	453.87	20.37
L19	570 [166]	410.47	27.99	459.74	19.34	459.74	19.34
L20	380 (1.9%) [42]	226.14	40.49	297.80	21.63	315.84	16.88

Los valores mostrados en color rojo en la tabla 7.7 corresponden a resultados en los que existe evidencia experimental de delaminación como mecanismo de fallo principal en la rotura del laminado. Como el modelo DDM no tiene implementado dicho modo de fallo, éste no proporciona resultados suficientemente precisos, ya que en todos los casos se observa una diferencia entre el resultado numérico y experimental superior al 19%. Estos resultados muestran que el modelo puede usarse para estimar de forma indirecta la aparición de delaminación.

Analizando el resto de resultados mostrados en color negro en la tabla 7.7, en todos los casos el Criterio de Diseño proporciona resultados conservadores y menos precisos que los otros criterios, siendo en el mejor de los casos el error 6.52%, y en la mayoría de los casos superior al 10%. Aunque el Criterio Macro muestra una excelente aproximación en algunos casos (como por ejemplo, para el laminado L14 donde el error es prácticamente nulo) en otros casos la aproximación no es tan buena (como en el caso del laminado L10 donde el error es del 46.38%). Los resultados obtenidos con el Criterio Local, son muy próximos a los resultados experimentales en todos los casos, siendo el error máximo un 8.20%. Por lo tanto, a la vista de los resultados, el Criterio Local puede considerarse el más apropiado en combinación con el modelo DDM para estimar la tensión de rotura de distintos tipos de fibras y matrices, ambas termoestables (epoxi) y termoplástica (PEEK). Aunque para algunos de los laminados el Criterio Local proporciona resultados no conservativos, las diferencias con los valores experimentales son menores que la dispersión experimental, proporcionando por tanto una estimación válida. A la vista de estos resultados el modelo DDM queda también validado en el caso de laminados con agujero.

En la tabla 7.8 se comparan los resultados numéricos obtenidos a partir del modelo DDM con los obtenidos experimentalmente durante el desarrollo de la presente Tesis Doctoral.

Tabla 7.8. Tensión de rotura experimental y numérica de los ensayos experimentales realizados en la presente Tesis Doctoral.

Laminado	Exp. σ (MPa)	Num. Criterio Diseño		Num. Criterio Local		Num. Criterio Macro	
		σ (MPa)	Error (%)	σ (MPa)	Error (%)	σ (MPa)	Error (%)
L21	512.73 (3.12%)	645.04	25.81	645.04	25.81	645.04	25.81
L22	318.84 (3.23%)	250.15	21.54	341.69	7.17	341.69	7.17
L23	318.74 (3.73%)	239.36	24.90	318.87	0.041	318.87	0.041
L24	258.13 (8.43%)	240.38	24.58	279.29	8.20	359.80	39.39

Al igual que se ha observado con los resultados obtenidos de la tabla 7.7, el criterio Local es el que mejores resultados proporciona en comparación con los resultados experimentales, siendo el error máximo cometido de un 8.20%. De nuevo, el resultado en color rojo de la tabla 7.8 correspondiente al laminado L21, presenta unas diferencias significativas. En este caso se ha observado experimentalmente delaminación como mecanismo de fallo principal.

Durante el desarrollo de la presente Tesis se observó delaminación en el laminado L21 tanto a simple vista durante la realización de los ensayos, como a posteriori mediante la evaluación del daño con la técnica de ultrasonidos C-Scan, tal y como se aprecia en la figura 7.3.b. En la figura 7.3.a se muestra una fotografía de las probetas tras el ensayo de tracción y en la figura 7.3.b se muestran las imágenes C-Scan realizadas sobre todas las probetas del laminado L2 después de realizarse el ensayo de tracción uniaxial.

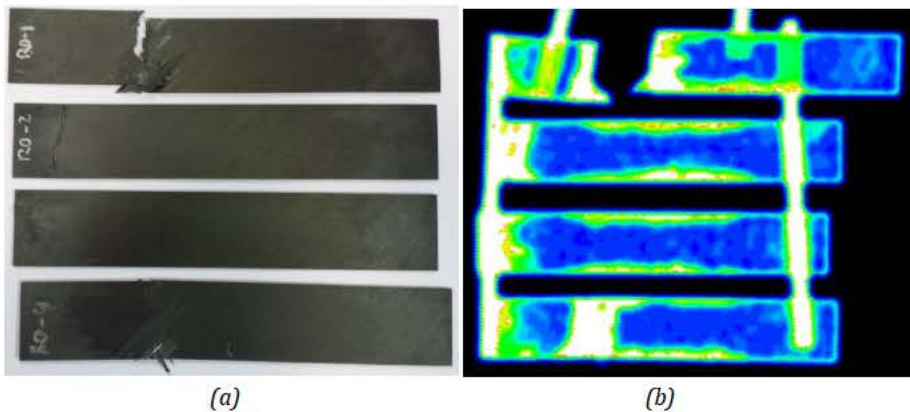


Figura 7.3. Imágenes de las probetas del laminado L21. (a) Fotografía tras el ensayo y (b) Imágenes C-SCAN tras el ensayo.

La delaminación que aparece en el laminado L21 (figura 7.3.b) puede asociarse al efecto de borde libre. En laminados multidireccionales que presentan aristas libres puede aparecer este efecto, el cual consiste en la presencia de importantes tensiones interlaminares que pueden llegar a provocar delaminación. Este fenómeno no requiere de cargas fuera del plano, sino que se produce simplemente bajo un estado de carga de tracción o compresión uniaxial [32], como es el caso.

Para explicar de forma gráfica el efecto de borde libre se considera la situación mostrada en la figura 7.4, en la que un laminado $[0/90/90/0]$ es sometido a un estado de deformación uniaxial en 'x'. Si en lugar de tener un laminado se tuvieran láminas independientes, y teniendo en cuenta la diferencia del módulo de Poisson entre láminas, las láminas a 90° se deformarían menos en 'y' que las láminas a 0° . No obstante, a través del espesor del laminado debe mantenerse la continuidad de desplazamientos y por tanto de deformaciones, por lo que la deformación real estará entre los dos valores extremos. Como consecuencia de ello, las láminas a 0° quieren aumentar su deformación en 'y' y las láminas a 90° la quieren reducir, lo cual genera un par en el borde libre del laminado que favorece la aparición de delaminación en esa zona [32].

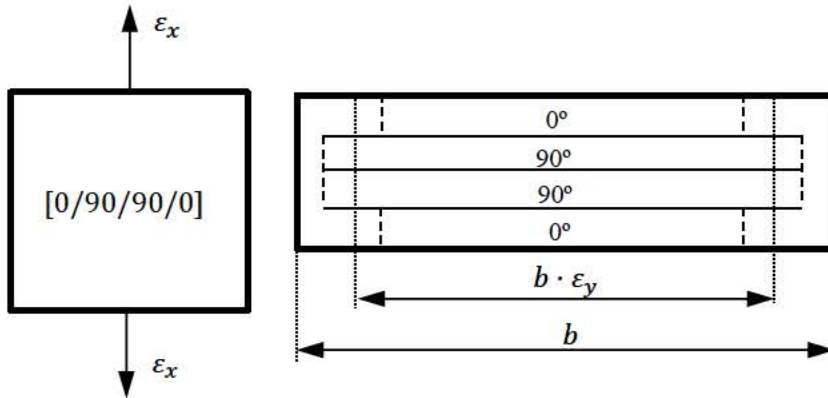


Figura 7.4. Explicación gráfica del efecto de borde libre sobre un laminado $[0/90/90/0]$.

En la figura 7.3.b se observa claramente delaminación en los bordes de todas las probetas ensayadas debido al efecto de borde libre explicado anteriormente. Por este motivo, los resultados obtenidos numéricamente con el modelo DDM presentan diferencias significativas con los resultados experimentales. Ese resultado indica de nuevo, de forma indirecta, que el modelo DDM es capaz de predecir la delaminación.

Adicionalmente, en la figura 7.5, se muestra la imagen C-Scan realizada sobre una probeta de cada uno de los laminados ensayados experimentalmente en esta Tesis. A la vista de los resultados, se aprecia cómo el mecanismo de fallo predominante en los laminados con agujero es la rotura de fibras y la delaminación pasa a un segundo plano, siendo está muy pequeña e incluso inexistente en algunos casos. En la figura 7.6 se muestra un ejemplo de la zona de rotura de una de las probetas con agujero, donde se aprecia claramente el fallo de la misma por la rotura de sus fibras.

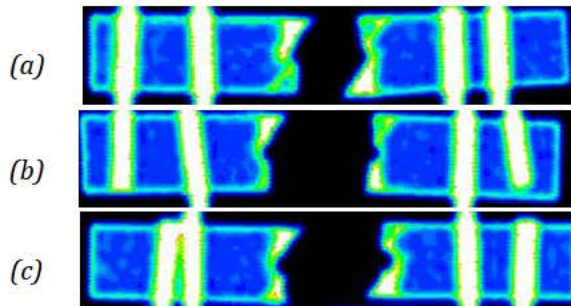


Figura 7.5. Imágenes C-Scan de los especímenes tras ser ensayados. (a) Probeta con agujero de diámetro $D = 6\text{mm}$, (b) Probeta con agujero de diámetro $D = 8\text{mm}$ y (c) Probeta con agujero de diámetro $D = 10\text{mm}$.

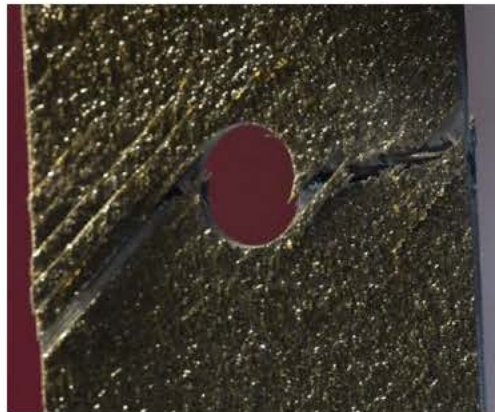


Figura 7.6. Fotografía de la zona de rotura de una de las probetas analizadas con agujero.

Como se especificó al inicio del capítulo, la validación del modelo se ha realizado en términos de la tensión última de rotura del laminado y adicionalmente en algunos casos mediante la comparación con la curva tensión-deformación. L.Xing et al [165] y P.F.Liu et al [166] proporcionan la curva experimental tensión-deformación para distintos materiales y secuencias de apilamiento (figura 7.7).

En la figura 7.7 se muestra la comparación entre la curva tensión-deformación experimental [165, 166] y la curva numérica (modelo DDM) para cuatro materiales diferentes (CCF300/5228, CCF300/5428, T700/542 y T700/8911). Estas curvas son lineales hasta rotura, típicas en laminados donde predomina el daño frágil por rotura de fibras, con muy poca o ninguna delaminación o separación de láminas. Las diferencias entre la rigidez numérica y la experimental es menor que el 3.5% en todos los casos, tal y como se muestra en la tabla 7.9.

Tabla 7.9. Rigidez numérica y experimental correspondiente a las curvas tensión-deformación representadas en la figura 7.7.

Material	Laminado	Numérica (MPa)	Experimental (MPa)	Diferencia (%)
CCF300/5228	[45/0/-45/90] _{2s}	496.39	482.1	2.88
CCF300/5428	[45/0/-45/90] _{2s}	525.05	519.03	1.15
T700/5428	[45/0/-45/90] _{2s}	456.14	441.88	3.13
T700/8911	[0/45/90/-45] _{2s}	392.41	397.03	1.18

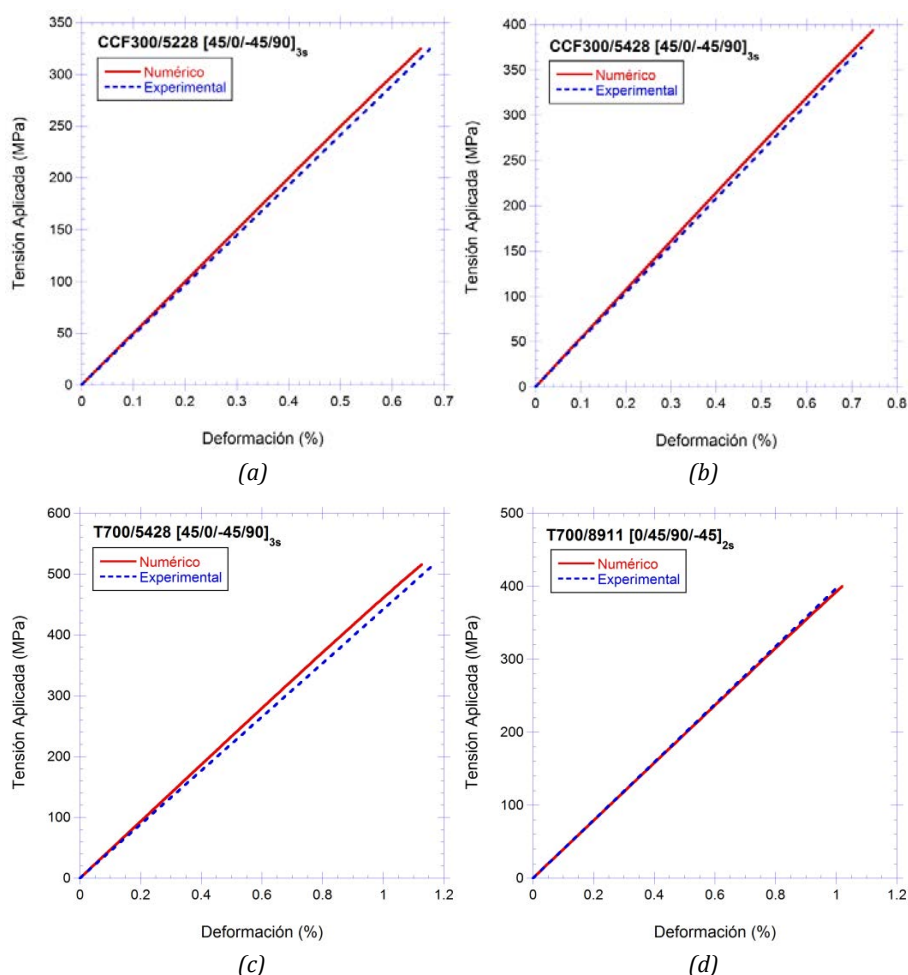


Figura 7.7. Comparación de las curvas numéricas y experimentales tensión-deformación para: a) CCF300/5228 [165], b) CCF300/5428 [165], c) T700/5428 [165] y d) T700/8911 [166].

7.4. Resumen del Capítulo

Una vez presentados todos los resultados, se puede concluir que el modelo DDM queda validado y puede utilizarse como una herramienta útil para estimar la tensión de rotura y la rigidez de laminados que presenten o no un concentrador de tensiones y que estén sometidos a un estado de carga uniaxial en el plano. El modelo es aplicable a materiales compuestos con diferentes propiedades y secuencias de apilamiento, cuando el daño no está controlado por el mecanismo de fallo de delaminación.

Se ha comprobado que de entre los tres criterios propuestos para estimar numéricamente la tensión de rotura de distintos laminados, el criterio local es el más apropiado en combinación con el modelo DDM por proporcionar resultados muy próximos a lo experimentales, siendo el error en todos los casos inferior al 9%. Se ha observado que en aquellos casos en los que el modelo no proporciona resultados precisos se corresponde a situaciones en las que hay delaminación, por lo que el modelo puede detectar de forma indirecta la delaminación.

Capítulo 8

Efecto de la Secuencia de Apilamiento en la Evolución del Daño de Laminados con Agujero

8.1. Introducción

En este capítulo se estudia el efecto del espesor y la posición de distintos agrupamientos de láminas en laminados con agujero sobre la evolución del daño de laminados de carbono/epoxi sometidos a un estado de tracción uniaxial. Para realizar el estudio se utiliza el modelo DDM con el fin de evaluar el agrietamiento de la matriz y el fallo de las fibras. Para el desarrollo de este estudio se han analizado varias secuencias de apilamiento con distintos agrupamientos de láminas en distinta posición y con distintos espesores dentro del laminado. Las variables que se han empleado en este estudio son: la densidad de fisuras, la curva carga-desplazamiento y la tensión longitudinal, además de estudiar la tensión de rotura del laminado.

A continuación se plantea la descripción del problema a estudiar, posteriormente se explican las particularidades del modelo numérico llevado a cabo para dicho estudio y por último se muestran los resultados obtenidos tras el análisis.

8.2. Descripción del Problema y Modelo Numérico

Para el desarrollo de este capítulo se ha modelado una placa cuadrada de dimensiones $a \times b = 15.24 \times 15.24 \text{ mm}^2$ con un agujero de diámetro 3.18 mm situado en su centro y sometida a un estado de carga de tracción uniaxial aplicado en dirección de las fibras a 0° (figura 8.1). El material utilizado es un laminado reforzado con fibras de carbono/epoxi (T300/1034-C), cuyas propiedades se han tomado de la literatura científica [23, 45, 109] y se muestran en la tabla 8.1.

Se han analizado tres situaciones diferentes. En primer lugar, se ha estudiado la influencia del espesor de un agrupamiento de láminas (en inglés denominados *cluster*) en el interior de un laminado. En segundo lugar se ha estudiado la influencia de la posición del *cluster* dentro del laminado. Por último se ha analizado la influencia de ambos fenómenos combinados, la posición y el espesor, en la evolución del daño de distintos laminados.

Tabla 8.1. Propiedades mecánicas del T300/1034-C [23, 45, 109].

Propiedad	Unidad	Valor
Tasa de liberación de energía en modo I G_I	[kJ/m ²]	0.228
Tasa de liberación de energía en modo II G_{II}	[kJ/m ²]	0.455
Resistencia a tracción en dirección de las fibras F_{1t}	[MPa]	1730
Resistencia a compresión en dirección de las fibras F_{1c}	[MPa]	1379
Resistencia a tracción en dirección transversal a las fibras F_{2t}	[MPa]	66.5
Resistencia a compresión en dirección transversal a las fibras F_{2c}	[MPa]	268.2
Resistencia a la cortadura F_6	[MPa]	58.7
Espesor de transición t_t	[mm]	0.8
Módulo de Weibull m	-	3
Módulo de Young en dirección de las fibras E_1	[MPa]	146800
Módulo de Young en dirección transversal a las fibras E_2	[MPa]	11400
Módulo de cortadura en el plano G_{12}	[MPa]	6100
Coefficiente de Poisson en el plano ν_{12}	-	0.3
Coefficiente de Poisson fuera del plano ν_{23}	-	0.42
Espesor de lámina t_k	[mm]	0.1308

La placa se ha discretizado con un total de 2464 elementos tipo S4 (elemento plano de cuatro nodos), figura 8.1. El tamaño de los elementos es más pequeño cerca del agujero, debido al fenómeno de concentración de tensiones en las cercanías del mismo. Como ya se demostró en los capítulos anteriores, el modelo DDM es independiente del tamaño de malla y es capaz de localizar el daño.

La carga se aplica en dirección horizontal (mediante control por desplazamiento) incrementando el desplazamiento sobre dos bordes opuestos de la placa, figura 8.1. Se ha asignado a toda la placa un valor de densidad de fisura de referencia igual a 0.02 mm⁻¹ para inicializar el modelo ante posibles daños iniciales. No se ha aplicado simetría a un cuarto sobre el modelo para poder utilizarlo en futuros estudios sobre secuencias de apilamiento con orientaciones distintas a 0° y 90°.

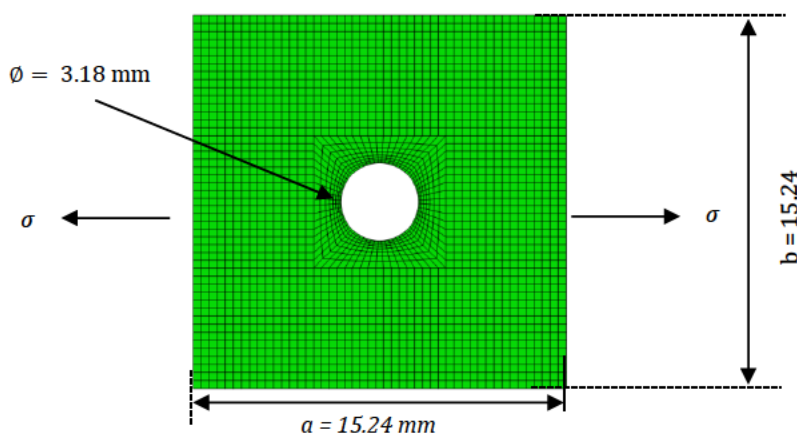


Figura 8.1. Malla y geometría utilizada en la modelización numérica.

8.3. Resultados

Con el fin de analizar el efecto del espesor y la posición de diferentes agrupamientos de láminas en la evolución del daño de un laminado, se han seleccionado varias secuencias de apilamiento. Primero se analizan por separado cada uno de estos dos efectos (espesor y localización) y después se estudian conjuntamente. Las variables a analizar son, la evolución de la densidad de

fisuras, la evolución de la tensión longitudinal con respecto a la deformación aplicada sobre el laminado y la curva fuerza desplazamiento/deformación. Adicionalmente, se muestran las imágenes de los contornos de la densidad de fisuras y de la tensión longitudinal justo en el momento en el que se alcanza la tensión última de rotura del laminado.

8.3.1. Influencia del Espesor del Cluster

Para analizar la influencia del número de láminas en un *cluster* (espesor del *cluster*) se han estudiado dos pares de laminados (A y B), los cuales contienen agrupamientos de láminas a 90° con distintos números de láminas, todos ellos situados en el interior del laminado.

$$\begin{aligned} A. [0_2/90_8]_s \text{ vs } [0/90_4]_{2s} &\rightarrow "[0_2/90_{16}/0_2] \text{ vs } [0/90_4/0/90_8/0/90_4/0]" \\ B. [0_2/90_{10}]_s \text{ vs } [0/90_5]_{2s} &\rightarrow "[0_2/90_{20}/0_2] \text{ vs } [0/90_5/0/90_{10}/0/90_5/0]" \end{aligned}$$

En ambos casos, los pares de laminados poseen el mismo número global de láminas a 0° y 90° pero con *clusters* a 90° de diferentes espesores. El primer par de laminados (A) tienen un total de 16 láminas a 90° en el laminado. Mientras que la secuencia de apilamiento $[0_2/90_8]_s$ tiene un agrupamiento de dieciséis láminas a 90° en el medio del laminado, el laminado $[0/90_4]_{2s}$ posee tres agrupamientos diferentes de láminas a 90°, uno de 8 láminas (*cluster* interior) y dos de 4 láminas (*clusters* exteriores). El segundo par de laminados tienen un total de 20 láminas a 90°. El laminado $[0_2/90_{10}]_s$ tiene únicamente un *cluster* interior de 20 láminas a 90°, mientras que el laminado $[0/90_5]_{2s}$ posee tres agrupamientos de láminas a 90°, dos *clusters* exteriores de 5 láminas a 90° y un *cluster* interior de 10 láminas.

Para estudiar qué relación existe entre ambos pares de laminados se analiza la evolución de la densidad de fisuras en las láminas a 90°, la carga aplicada sobre el laminado y la tensión longitudinal en las láminas a 0°.

La evolución de la densidad de fisuras en el borde del agujero de las láminas a 90° está representada en la figura 8.2 para los dos pares de laminados en estudio.

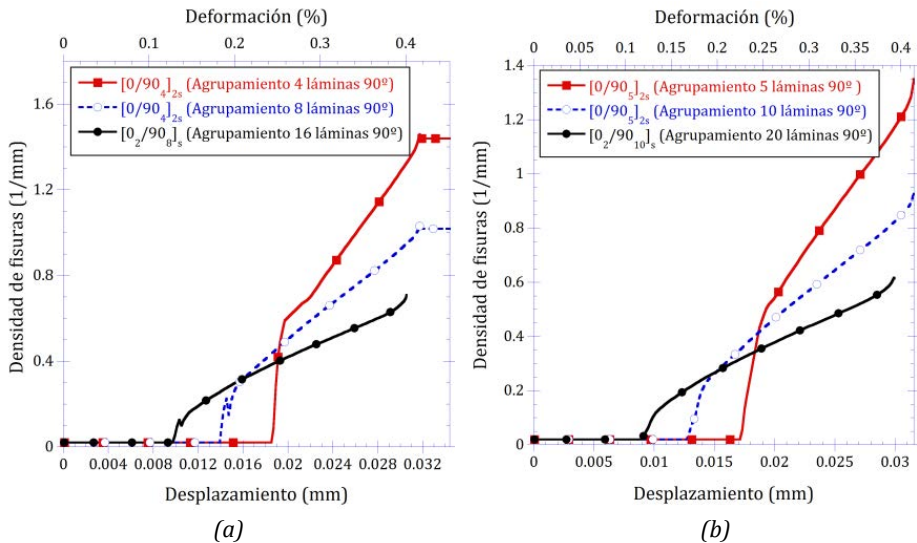


Figura 8.2. Evolución de la densidad de fisuras en las láminas a 90° en el borde del agujero para ambos pares de laminados. (a) $[0_2/90_8]_s$ vs $[0/90_4]_{2s}$ y (b) $[0_2/90_{10}]_s$ vs $[0/90_5]_{2s}$.

Estas curvas presentan dos zonas claramente visibles, en primer lugar, la densidad de fisuras crece bruscamente después de iniciarse el daño en el laminado, y justo después, la curva muestra un comportamiento cuasi lineal hasta el momento en que la carga aplicada se aproxima al valor de la carga de rotura. Se observan diferencias significativas en su evolución entre los tres *clusters* de láminas. A medida que el número de láminas a 90° aumenta en el *cluster*, la evolución de la densidad de fisuras empieza para un desplazamiento aplicado menor (como era de esperar) y su tasa de crecimiento también es menor. Es decir, la pendiente de la curva decrece a medida que el grupo de láminas a 90° es más grueso. Para el primer par de laminados $[0_2/90_8]_s$ vs $[0/90_4]_{2s}$ la pendiente de la curva se hace menor en el siguiente orden (16 láminas a $90^\circ > 8$ láminas a $90^\circ > 4$ láminas a 90° , figura 8.2.a) y para el segundo par de laminados $[0_2/90_{10}]_s$ vs $[0/90_5]_{2s}$ (20 láminas a $90^\circ > 10$ láminas a $90^\circ > 5$ láminas a 90° , figura 8.2.b). Además, a partir de una deformación aplicada de aproximadamente un 0.25% , la densidad de fisuras presenta un valor menor a medida que el espesor del *cluster* de láminas a 90° se hace más grueso.

En lo que a la respuesta global del laminado se refiere, la representación de la curva carga aplicada-desplazamiento para los dos pares de laminados en estudio se muestra en la figura 8.3. Para los laminados $[0/90_4]_{2s}$ y $[0/90_5]_{2s}$ el comportamiento es lineal hasta rotura (figuras 8.3.a y 8.3.b). Por el contrario, los laminados $[0_2/90_8]_s$ y $[0_2/90_{10}]_s$ (con un agrupamiento de láminas a 90° más grueso) presentan una reducción en la pendiente de la carga aplicada a partir de una deformación del 0.25% aproximadamente. La rigidez global de los laminados $[0_2/90_8]_s$ y $[0_2/90_{10}]_s$ es ligeramente inferior (1.8%) a la de los laminados $[0/90_4]_{2s}$ y $[0/90_5]_{2s}$, respectivamente. La carga de rotura alcanza un valor menor, en torno al 10% , en los laminados $[0_2/90_8]_s$ y $[0_2/90_{10}]_s$ comparados con $[0/90_4]_{2s}$ y $[0/90_5]_{2s}$ respectivamente. Por tanto, un incremento en el número de láminas en el interior de un agrupamiento reduce la carga última de rotura. Esto es consistente con la experiencia práctica, que indica que los laminados gruesos no son deseables [167].

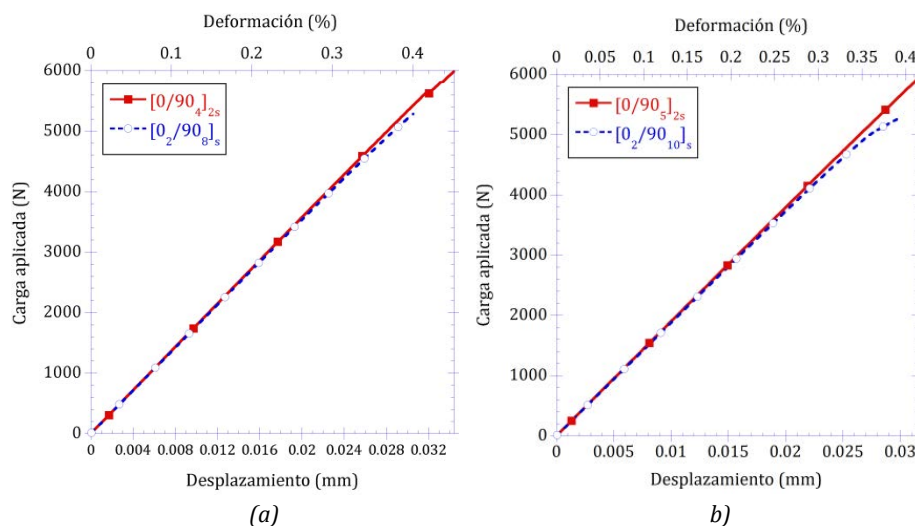


Figura 8.3. Curva carga aplicada-desplazamiento para los dos pares de laminados analizados. (a) $[0_2/90_8]_s$ vs $[0/90_4]_{2s}$ y (b) $[0_2/90_{10}]_s$ vs $[0/90_5]_{2s}$.

Por lo tanto, la rigidez global y la carga última de laminados con el mismo número global de láminas pero secuencias de apilamiento distintas difieren. Por el contrario, la teoría clásica del laminado (TCL) predice que dichos valores serán los mismos para ambos laminados, ya que en la TCL no hay dependencia de la secuencia de apilamiento en el comportamiento en el plano de un laminado. Esto implica que modelos simplificados como el de Whitney y Nuismer no sean capaces de reproducir

este fenómeno. Este resultado muestra la importancia de estudiar la influencia del espesor de agrupamientos de láminas con la misma orientación.

En la figura 8.4 está representada la evolución de la tensión longitudinal en las láminas a 0° sobre el elemento situado en el borde del agujero (mayor concentración de tensiones) para los dos pares de laminados analizados.

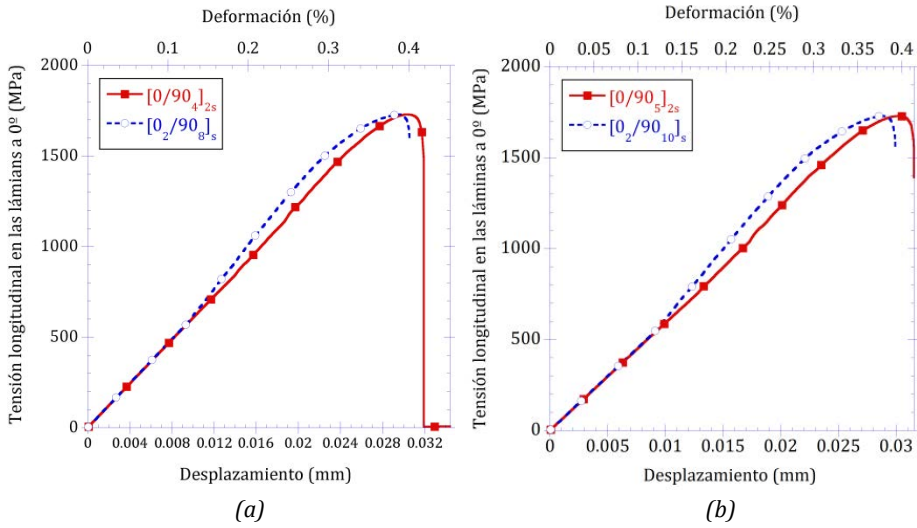


Figura 8.4. Evolución de la tensión longitudinal en las láminas a 0° en el borde del agujero para ambos pares de laminados. (a) $[0_2/90_8]_s$ vs $[0/90_4]_{2s}$ y (b) $[0_2/90_{10}]_s$ vs $[0/90_5]_{2s}$.

Ambos pares de laminados muestran el mismo comportamiento (figura 8.4). Las curvas para los laminados $[0_2/90_8]_s$ vs $[0/90_4]_{2s}$ coinciden hasta alcanzar una deformación aplicada de aproximadamente 0.12% (figura 8.4 a), punto a partir del cual la tensión longitudinal se hace mayor (tiene una mayor pendiente) para el laminado que posee un *cluster* con mayor número de láminas a 90° en su interior (en este caso $[0_2/90_8]_s$). El mismo comportamiento se observa para el par de laminados $[0_2/90_{10}]_s$ vs $[0/90_5]_{2s}$ (figura 8.4.b). Para todas las secuencias de apilamiento estudiadas la tensión longitudinal máxima alcanzada corresponde con la resistencia a tracción de las fibras del material estudiado en cuestión (1730 MPa).

Como ya se ha demostrado que ambos pares de laminados presentan el mismo comportamiento en todos los aspectos, para el resto de resultados mostrados en este apartado se selecciona el par de laminados del grupo B.

Las imágenes de los contornos del grupo de laminados $[0_2/90_{10}]_s$ vs $[0/90_5]_{2s}$ que se muestran en la figura 8.5 corresponden al instante previo al fallo del laminado, y la dirección de la carga aplicada es en dirección horizontal de la figura.

La densidad de fisuras en las láminas a 90° es máxima en el borde del agujero (figura 8.5.a). El daño en la matriz se concentra alrededor de esta área y evoluciona perpendicular a la dirección de aplicación de la carga con forma de cacahuete. A medida que disminuye el número de láminas a 90° en el *cluster* (de izquierda a derecha en la figura 8.5 a), el valor de la densidad de fisuras máxima en el borde del agujero aumenta. No obstante, la evolución del daño es lenta, lo cual se ve reflejado por un área de daño pequeña. Es decir, existe una mayor concentración de tensiones alrededor del agujero cuanto más fino es el agrupamiento de láminas a 90° .

En la figura 8.5.b están representadas las imágenes de los contornos de la densidad de fisuras en las láminas a 0° , donde apenas se observa daño en la matriz. Para el laminado $[0_2/90_{10}]_s$, como el agrupamiento de láminas a 0° (2 láminas) es más grueso que el del laminado $[0/90_5]_{2s}$ (1 lámina), el daño en la matriz en las láminas a 0° en el borde del agujero es más notable.

La imagen del contorno de la tensión longitudinal en las láminas a 0° se muestra en la figura 8.5.c. En este caso, las diferencias entre los laminados $[0_2/90_{10}]_s$ y $[0/90_5]_{2s}$ son menores. El área donde se alcanza la tensión longitudinal máxima en las láminas a 0° , es también el área donde la densidad de fisuras en las láminas a 90° se hace máxima (figura 8.5.c), y evoluciona en dirección perpendicular a la aplicación de la carga. Esto se debe a que, cuando el daño en la matriz crece, la rigidez del laminado disminuye y se produce una redistribución de tensiones hacia los bordes de la placa. La tensión mínima se produce en el borde del agujero en dirección de la aplicación de la carga.

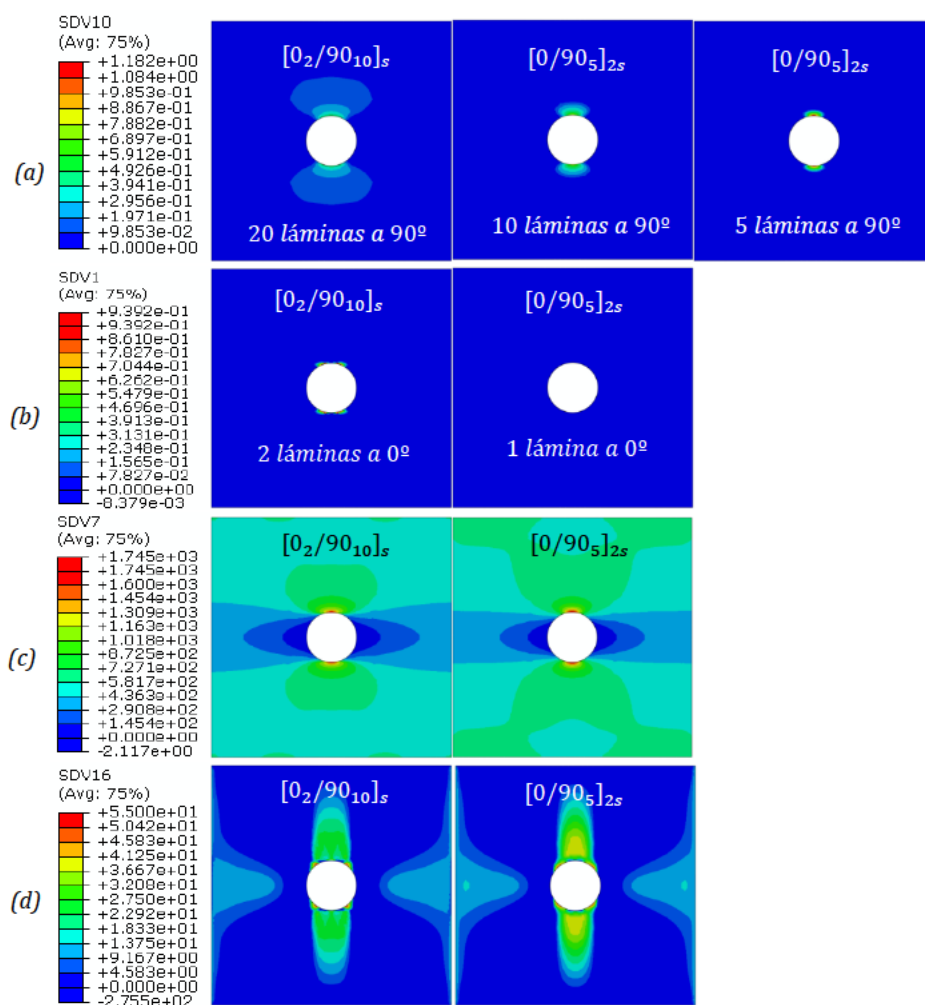


Figura 8.5. Comparación entre los laminados $[0_2/90_{10}]_s$ and $[90_5/0]_{2s}$. (a) Densidad de fisuras en las láminas a 90° . De izquierda a derecha: cluster de 20, 10 y 5 láminas a 90° , (b) Densidad de fisuras en las láminas a 0° . De izquierda a derecha: cluster de 2 y 1 láminas a 0° , (c) Tensión longitudinal en las láminas a 0° y, (d) Tensión longitudinal en las láminas a 90° .

La tensión longitudinal en las láminas a 90° (figura 8.5.d) crece perpendicular a la dirección de la aplicación de la carga, desde el borde del agujero hasta los bordes de la placa, y también alrededor de los bordes de la placa en dirección de la aplicación de la carga. El valor máximo de la tensión se localiza simétricamente a ambos lados del borde del agujero en dirección perpendicular a la aplicación de la carga (figura 8.5.d). Para el laminado con el *cluster* a 90° de mayor espesor $[0_2/90_{10}]_s$ (imagen de la izquierda de la figura 8.5.d), el área donde la tensión longitudinal es máxima es menor en extensión y valor (36.67 MPa) que para el laminado $[0/90_5]_{2s}$ (imagen derecha), donde se alcanza una tensión de 41.25 MPa.

8.3.2. Influencia de la Localización del *Cluster*

Para analizar la influencia de la posición del *cluster* en la evolución del daño de la matriz se han estudiado los siguientes grupos de laminados:

$$\begin{aligned} C. [90_i/0]_{2s} &\rightarrow "[90_i/0/90_i/0_2/90_i/0/90_i]" && \text{para } i = 2 \text{ hasta } 7 \\ D. [0/90_i/0]_{2s} &\rightarrow "[0/90_i/0/90_i/0_2/90_i/0/90_i/0]" && \text{para } i = 2 \text{ hasta } 7 \end{aligned}$$

Ambas familias de laminados (*C* y *D*) tienen *clusters* con el mismo número de láminas pero en distinta posición. El laminado $[90_i/0]_{2s}$ presenta dos *clusters* externos de *i* láminas a 90°, uno a cada lado de la superficie del laminado, y otros dos *clusters* internos también de *i* láminas. Por otro lado, el laminado $[0/90_i/0]_{2s}$ presenta cuatro *clusters* internos de *i* láminas a 90°, dos cerca de la superficie del laminado (desde ahora denominados *clusters* externos) y dos próximos al centro del laminado (*clusters* internos).

En la figura 8.6 se muestra la evolución de la densidad de fisuras en las láminas a 90° medida en el borde del agujero de los distintos *clusters* del grupo de laminados $[90_i/0]_{2s}$. Todas las curvas presentan la misma tendencia que la observada en los laminados del apartado anterior (figura 8.2). Se produce un umbral hasta el inicio del crecimiento de la densidad de fisuras seguido de una región cuasi lineal. No obstante, los valores de densidad de fisura son distintos entre el *cluster* interior y exterior, figura 8.6. El umbral de deformación aplicada para el que la densidad de fisuras empieza a evolucionar es aproximadamente un 24% menor en los *clusters* externos que en los *clusters* internos. Este comportamiento se observa en todas las secuencias de apilamiento estudiadas. Además, al aumentar el número de láminas (de 2 a 7) en el *cluster*, la evolución del daño comienza para una deformación aplicada menor, tal y como se observa en la figura 8.6 a a 8.6.f respectivamente. En cuanto a la región cuasi-lineal de la curva, la pendiente del *cluster* interno es en todos los casos analizados entorno a un 40% mayor que la del *cluster* externo, lo que indica un crecimiento más rápido de las fisuras en los *clusters* situados en la superficie del laminado. Además, dicha pendiente disminuye a medida que aumenta el número de láminas (de 2 a 7) en el *cluster* tal y como se aprecia en la figura 8.6 a a 8.6.f respectivamente. A la vista de los resultados, se puede concluir que la posición del *cluster* es relevante.

Por otro lado, como todos los *clusters* del grupo de laminados $[0/90_i/0]_{2s}$ se encuentran en el interior del laminado, para una secuencia de apilamiento concreta el *cluster* interior y exterior se comportan exactamente igual (figura 8.7), coincidiendo la evolución de su curva con la del *cluster* interior del grupo de laminados homólogo $[90_i/0]_{2s}$. Además, la evolución de la curva al aumentar el número de láminas en el *cluster* es idéntica a la explicada para el otro grupo de laminados. Por lo tanto, se concluye que la posición del agrupamiento de láminas sólo es relevante siempre que éste se encuentre en la superficie del laminado.

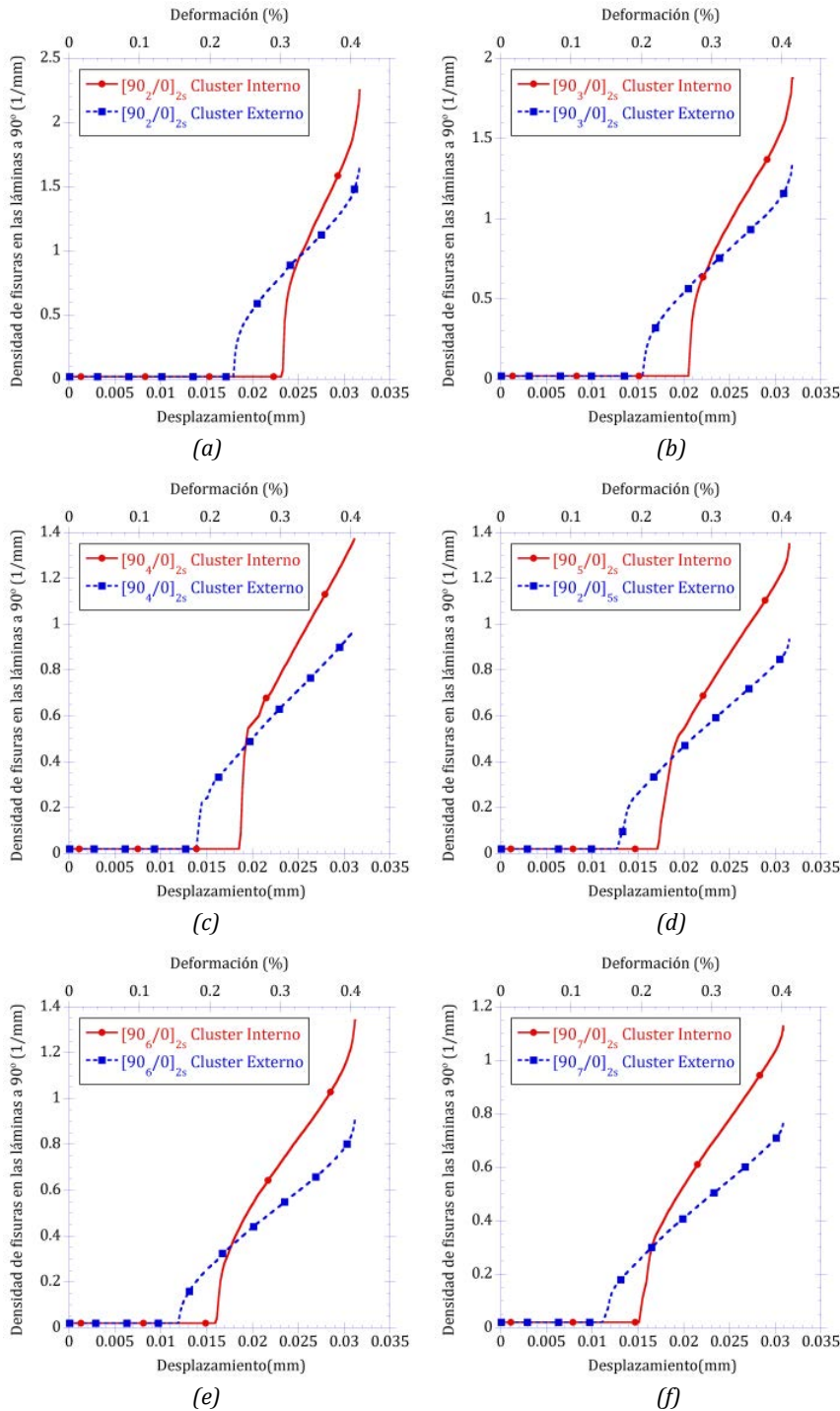


Figura 8.6. Evolución de la densidad de fisuras en las láminas a 90° en el borde del agujero para los laminados: (a) $[90_2/0]_{2s}$, (b) $[90_3/0]_{2s}$, (c) $[90_4/0]_{2s}$, (d) $[90_5/0]_{2s}$, (e) $[90_6/0]_{2s}$ y (f) $[90_7/0]_{2s}$.

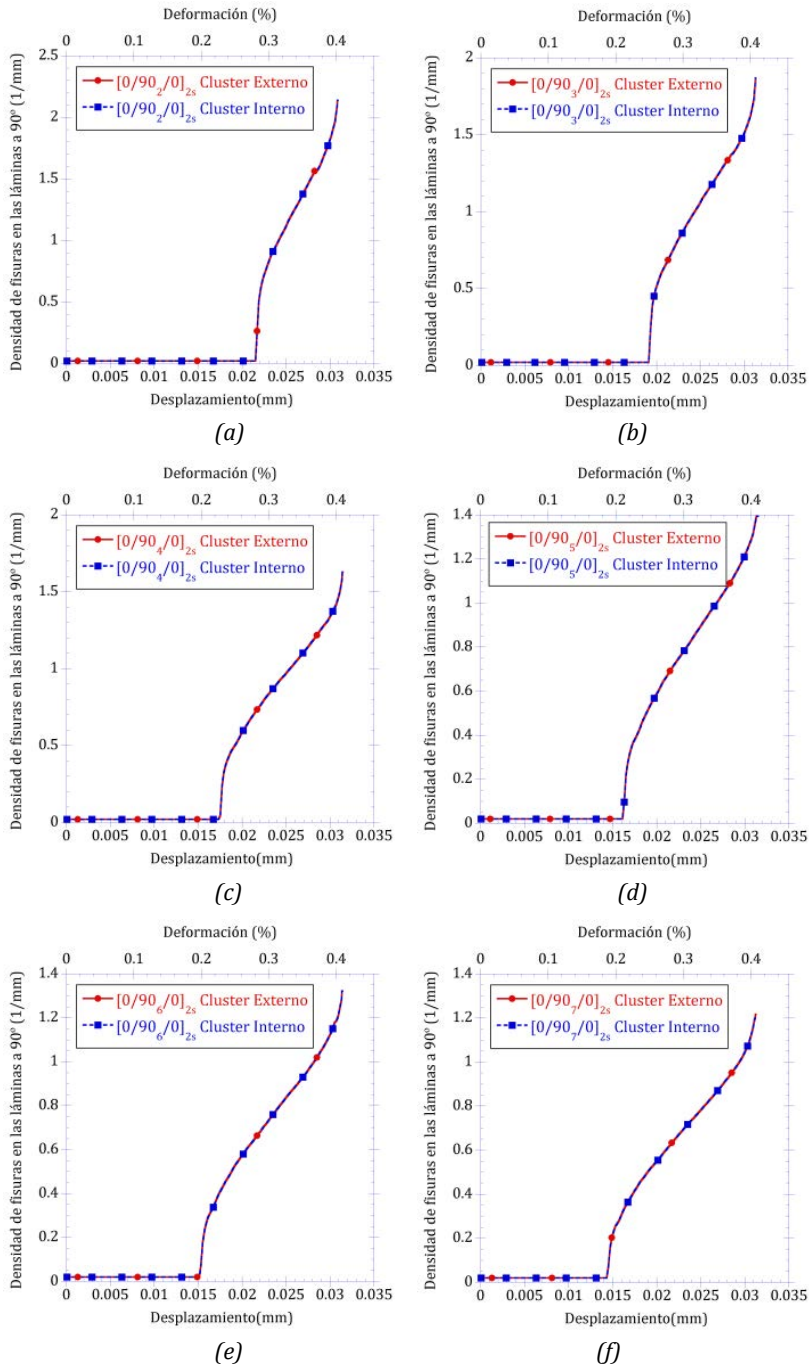


Figura 8.7. Evolución de la densidad de fisuras en las láminas a 90° en el borde del agujero para los laminados: (a) $[0/90_2/0]_{2s}$, (b) $[0/90_3/0]_{2s}$, (c) $[0/90_4/0]_{2s}$, (d) $[0/90_5/0]_{2s}$, (e) $[0/90_6/0]_{2s}$ y (f) $[0/90_7/0]_{2s}$.

En las figuras 8.8 y 8.9 se muestran las imágenes de los contornos de la densidad de fisuras en las láminas a 90° para una carga aplicada que corresponde al fallo del laminado. El comportamiento observado es el mismo que el explicado en el apartado anterior. La densidad de fisuras es máxima justo en el borde del agujero en todos los casos, concentrándose el daño alrededor del borde del

agujero y evolucionando hacia los bordes de la placa en dirección perpendicular a la aplicación de la carga estando esta aplicada en dirección horizontal de las figuras 8.8 y 8.9. A medida que aumenta el número de láminas en el cluster, la extensión de área dañada alrededor del agujero también aumenta.

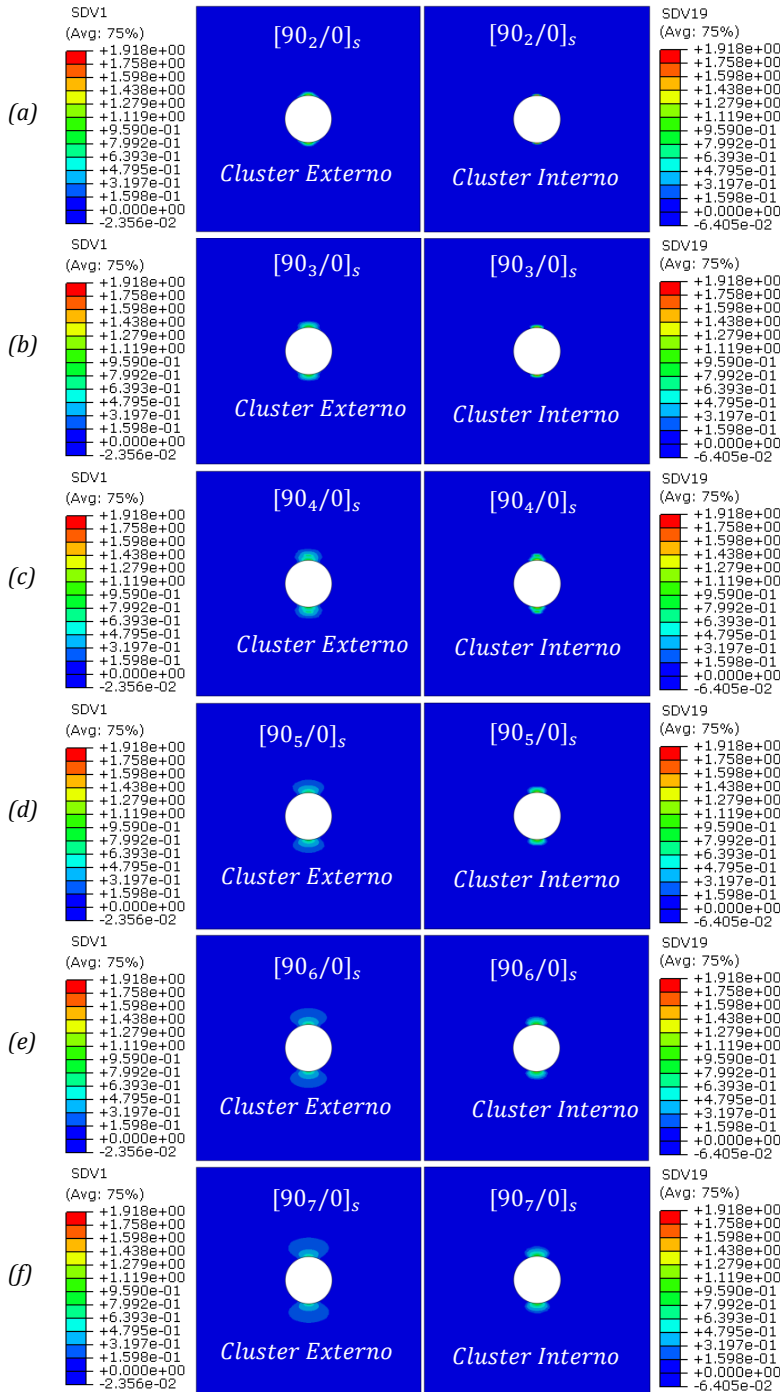


Figura 8.8. Densidad de fisuras para una carga aplicada que corresponde al fallo del laminado. Imágenes de la izquierda (clusters externos a 90°) e imágenes de la derecha (clusters internos a 90°). Laminados: (a) $[90_2/0]_{2s}$, (b) $[90_3/0]_{2s}$, (c) $[90_4/0]_{2s}$, (d) $[90_5/0]_{2s}$, (e) $[90_6/0]_{2s}$ y (f) $[90_7/0]_{2s}$.

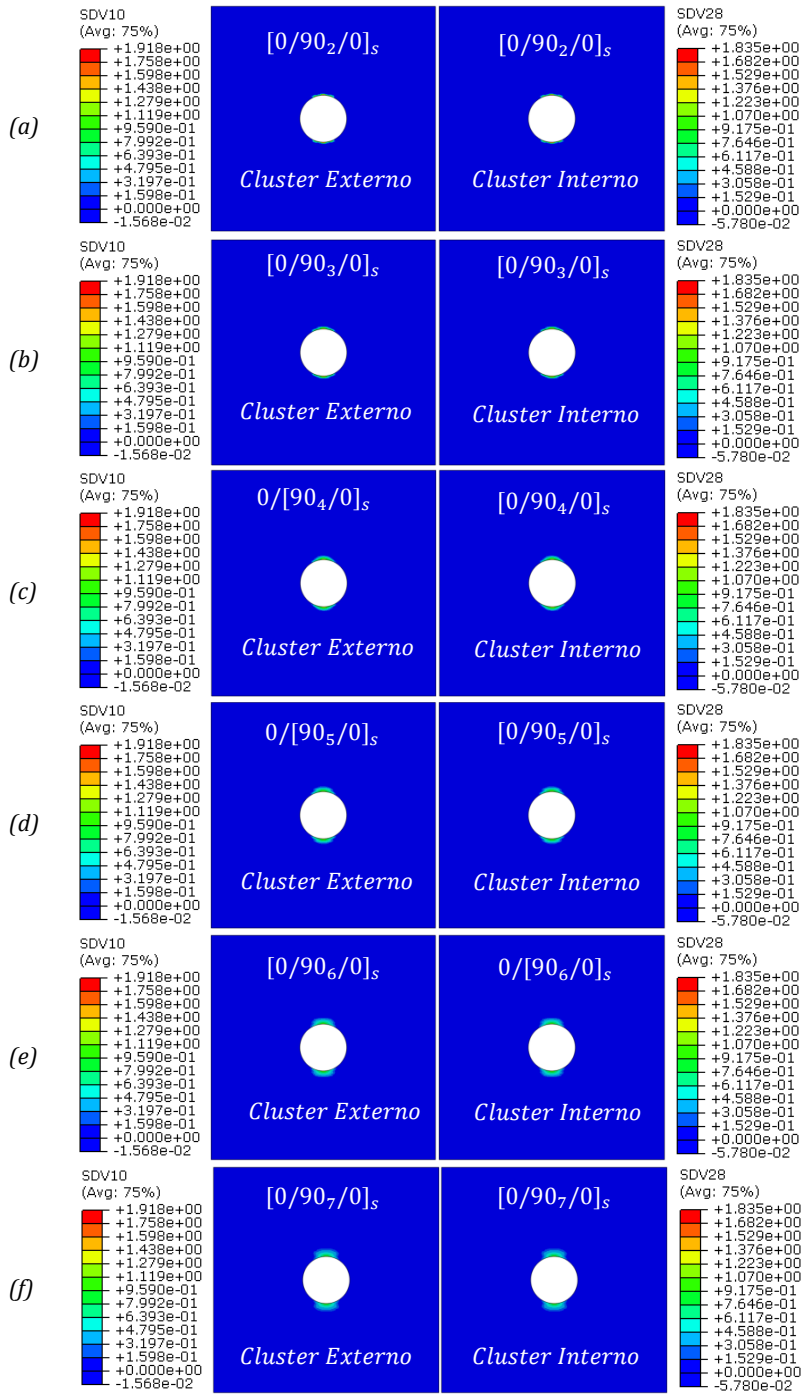


Figura 8.9. Densidad de fisuras para una carga aplicada que corresponde al fallo del laminado. Imágenes de la izquierda (clusters externos a 90°) e imágenes de la derecha (clusters internos a 90°). Laminados: (a) $[0/90_2/0]_{2s}$, (b) $[0/90_3/0]_{2s}$, (c) $[0/90_4/0]_{2s}$, (d) $[0/90_5/0]_{2s}$, (e) $[0/90_6/0]_{2s}$ y (f) $[0/90_7/0]_{2s}$.

Tal y como se observaba en la figura 8.6, para el grupo de laminados *C* el *cluster* exterior empieza a dañarse antes que el interior, observándose un mayor área dañada alrededor del agujero en la figura 8.8. Sin embargo, para el grupo de laminados *D*, el contorno de densidad de fisuras es idéntico para ambos *clusters* (figura 8.8), tal y como sucedía en la figura 8.7.

En la figura 8.10 se muestra la respuesta global del laminado (curva carga aplicada-desplazamiento) para los dos grupos de laminados analizados. En ambos casos se observa una mayor carga aplicada al aumentar el número de láminas en el *cluster*. Al aumentar el espesor del laminado, éste necesita una carga mayor para producir su fallo. Adicionalmente, se aprecia como la deformación o desplazamiento último o de rotura es el mismo en todos los casos, independientemente del espesor del laminado.

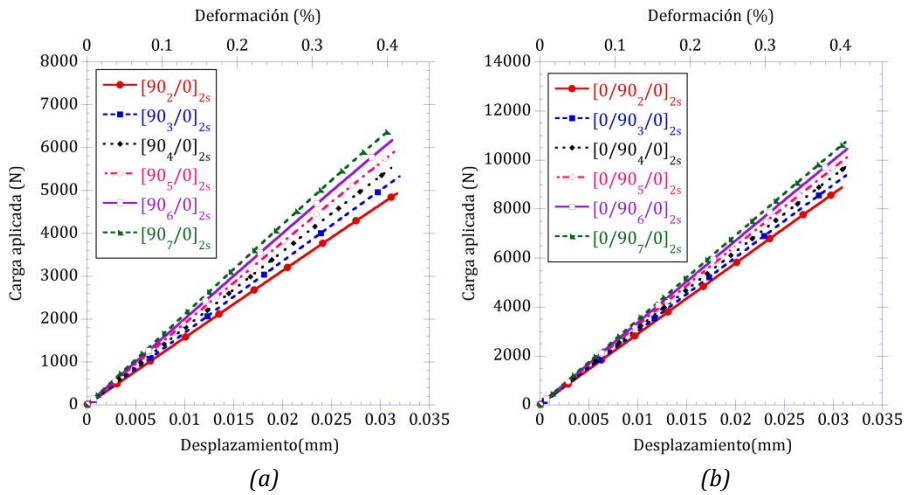


Figura 8.10. Carga aplicada vs Desplazamiento para los dos grupos de laminados (a) $[90_i/0]_{2s}$ y (b) $[0/90_i/0]_{2s}$.

8.3.3. Efecto Simultáneo de la Posición y el Espesor del *Cluster*

En esta sección se estudian tres familias de laminados diferentes (E, F y G). Cada una de estas familias está formada por varios pares de laminados, caracterizados por el número *i* de láminas que forman el *cluster*. En total se han estudiado 13 pares de laminados diferentes, cada uno de ellos con distintos agrupamientos de láminas a 0° y 90°, como se muestra a continuación:

- E.** $[0/90_i]_s$ vs $[90_i/0]_s$ para *i* = 2 hasta 7
- F.** $[0_i/90_i]_s$ vs $[90_i/0_i]_s$ para *i* = 1 hasta 4
- G.** $[0_2/90_i]_s$ vs $[90_i/0_2]_s$ para *i* = 2, 8 y 10

Los laminados del grupo 'E' presentan una única lámina a 0° y un agrupamiento de láminas a 90° que varía desde 2 hasta 7 láminas. El grupo de laminados 'F', aumentan el número de láminas a 0° y 90° simultáneamente desde 1 hasta 4. Por último, los laminados del grupo 'G' tienen un agrupamiento de dos láminas a 0° y un agrupamiento de láminas a 90° formado por 2, 8 y 10 láminas.

Cada par de laminados estudiado tiene las mismas láminas pero apiladas inversamente. De aquí en adelante, se denominan como laminados inversos aquellos que tiene el mismo número de láminas, orientación de las láminas y espesores, pero ordenadas en espejo con respecto al plano de

simetría (como por ejemplo: $[0/90_4]_s$ en comparación con $[90_4/0]_s$). En todos los pares de laminados analizados, uno de ellos contiene un *cluster* en el plano de simetría (*cluster* interno) con $2i$ láminas orientadas a 90° , y el otro tiene dos *clusters*, en cada lado de la superficie del laminado (*cluster* externo) que contienen i láminas a 90° .

En todos los casos estudiados, la evolución de la densidad de fisuras en las láminas a 90° (figura 8.12 a 8.14), la carga aplicada sobre el laminado (figuras 8.15 a 8.17) y la tensión longitudinal en las láminas a 0° (figuras 8.18 a 8.20) con respecto al desplazamiento o deformación aplicada sobre el laminado, son exactamente idénticos al de su laminado simétrico. Este aspecto puede ser explicado de la siguiente manera. La tasa de liberación de energía (Energy Release Rate, ERR) en cada uno de los casos depende de dos factores: el espesor del agrupamiento de láminas a 90° (compuesto por “ i ” láminas), y si el agrupamiento de láminas a 90° se encuentra en la superficie del laminado o no. Ya que una grieta en la superficie no está restringida (figura 8.11.a), la ERR de una grieta situada en la superficie es igual a la ERR de una grieta situada en el interior de una lámina con doble espesor (figura 8.11.b). Todos los laminados estudiados en la sección 8.4.3 presentan un agrupamiento de láminas a 90° , cuyo espesor es el doble de grueso cuando éste está situado en el interior del laminado que cuando está situado en el exterior del laminado. Por lo tanto, el comportamiento de cada par de laminados es idéntico.

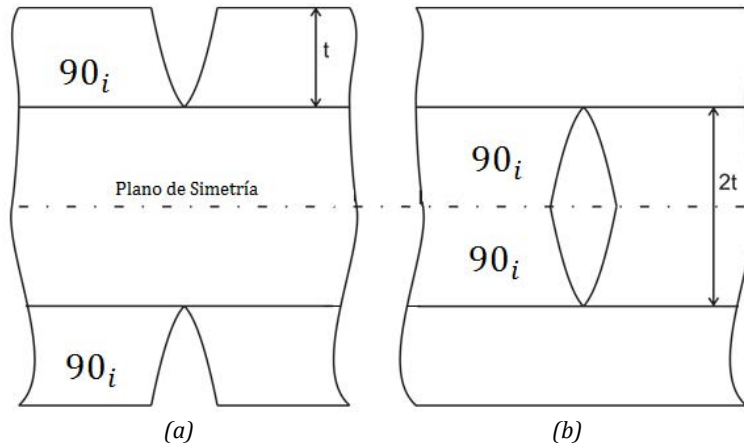


Figura 8.11. Laminados inversos. (a) Grieta en un agrupamiento de láminas a 90° situado en la superficie, y (b) grieta en un agrupamiento de láminas a 90° situadas en el interior del laminado.

En las figuras 8.12, 8.13 y 8.14 se muestran las curvas de la evolución de la densidad de fisuras en las láminas a 90° en el borde del agujero para los grupos de laminados E , F y G respectivamente. La evolución de la densidad de fisuras sigue la misma tendencia explicada en los apartados anteriores (8.4.1 y 8.4.2). Se produce un umbral a partir del cual la densidad de fisuras crece bruscamente, momento en el que se inicia el daño del laminado, y justo después, la curva muestra un comportamiento casi lineal hasta que la carga aplicada se aproxima al valor de la carga de rotura del laminado (1730 MPa), tal y como se muestra en las figuras 8.15, 8.16 y 8.17. Para todos los pares de laminados analizados los resultados son idénticos entre una secuencia de apilamiento y su inversa.

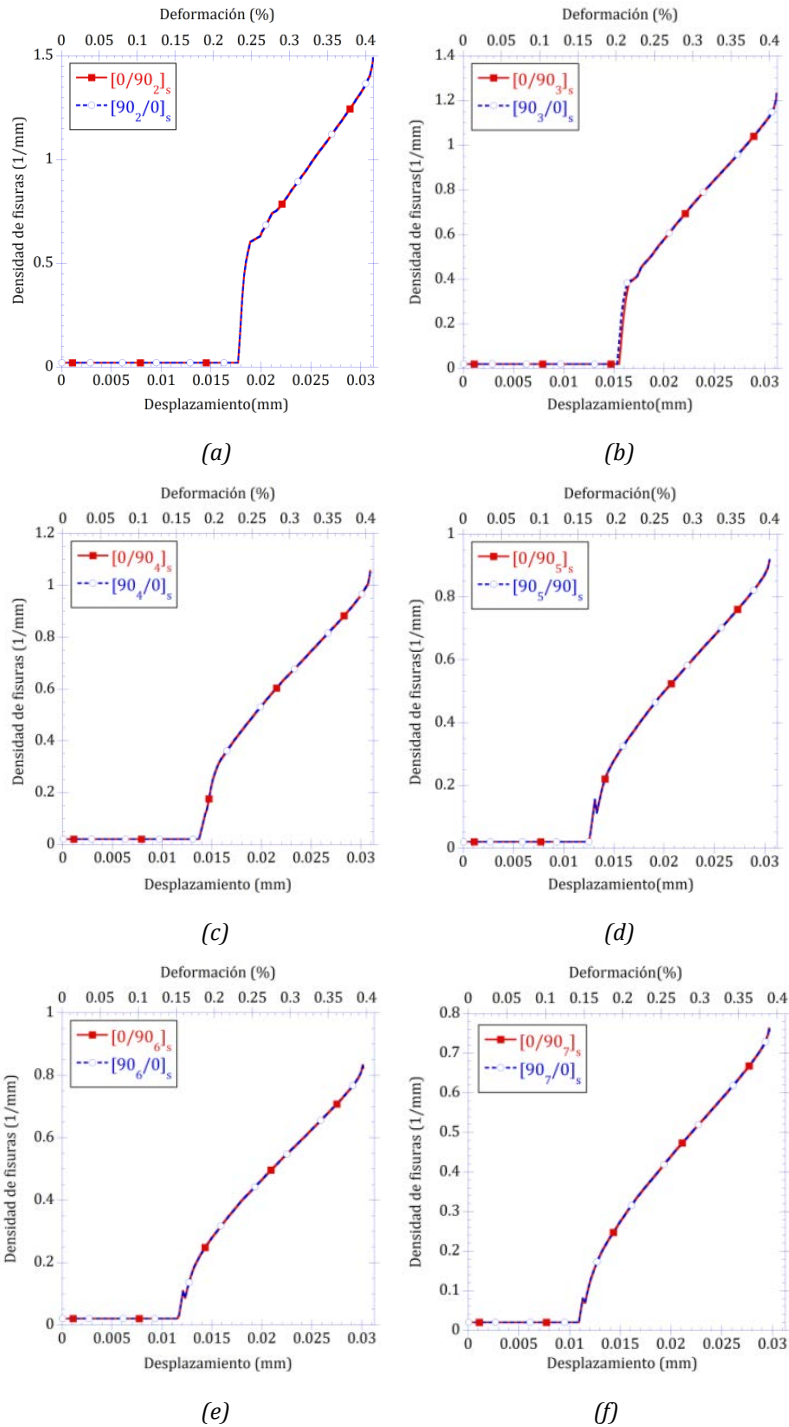


Figura 8.12. Evolución de la densidad de fisuras en las láminas a 90° en el nodo situado en el borde del agujero para los pares simétricos de laminados del grupo E.

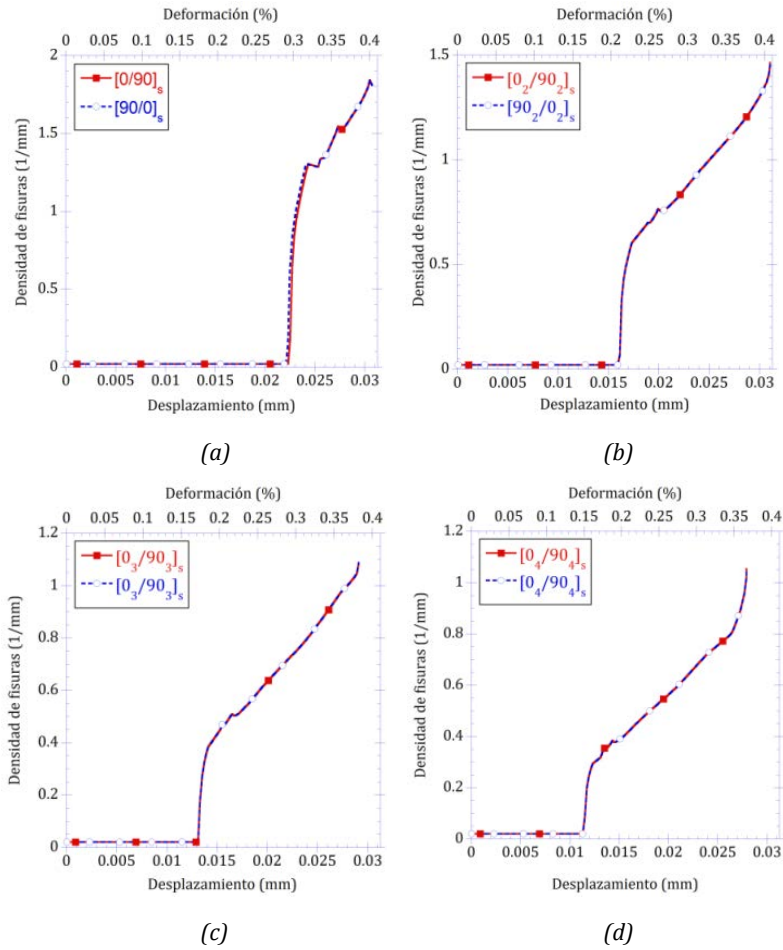


Figura 8.13. Evolución de la densidad de fisuras en las láminas a 90° en el nodo situado en el borde del agujero para los pares simétricos de laminados del grupo F.

Para los tres grupos de laminados analizados (*E*, *F* y *G*), figuras 8.12 a 8.14 respectivamente, a medida que aumenta el espesor del agrupamiento de láminas a 90° en el interior del laminado se observan los siguientes comportamientos:

- El valor pico de la densidad de fisuras disminuye.
- El daño en la matriz comienza para una deformación aplicada menor, es decir, cuanto más grueso sea el agrupamiento de láminas a 90° antes comienza a dañarse.
- El crecimiento brusco de densidad de fisuras (zona vertical de la curva) disminuye gradualmente, siendo prácticamente inexistente para espesores gruesos.
- La pendiente de la parte casi lineal de la curva disminuye al aumentar el espesor del *cluster*.

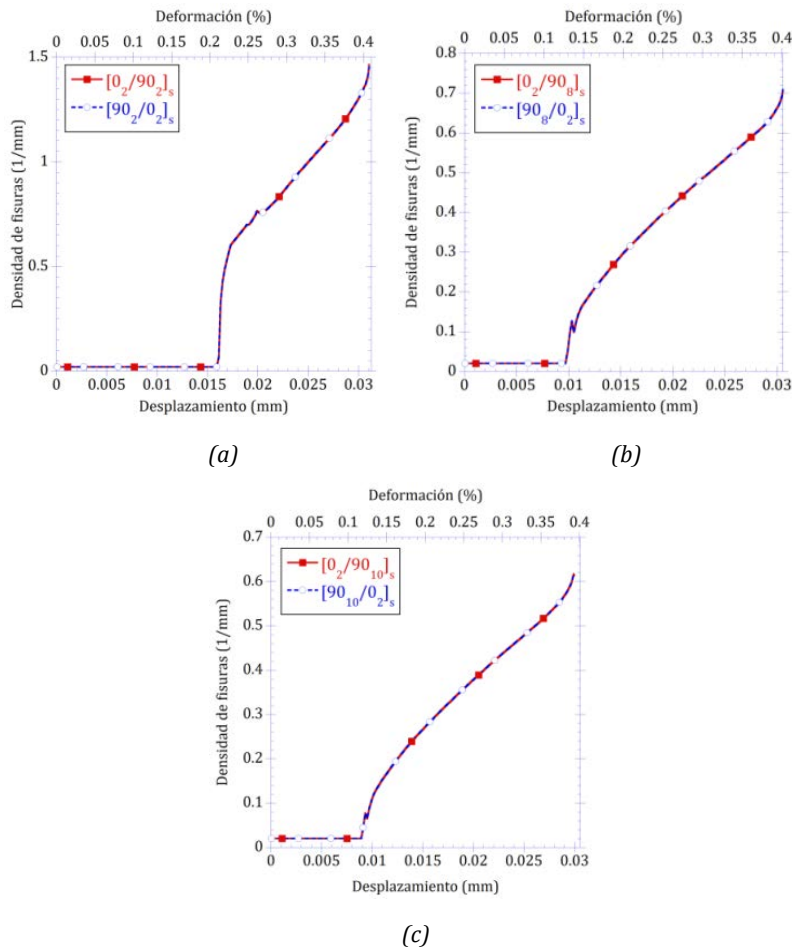


Figura 8.14. Evolución de la densidad de fisuras en las láminas a 90° en el nodo situado en el borde del agujero para los pares simétricos de laminados del grupo G .

Por tanto, a la vista de los resultados mostrados en las figuras 8.12 a 8.14, se puede concluir que cuanto mayor sea el espesor del agrupamiento de láminas antes comienza el daño en la matriz y por tanto antes se produce el fallo del laminado.

En las figuras 8.15 a 8.17 se muestran las curvas de la carga aplicada-desplazamiento para cada uno de los pares de laminados inversos de los grupos E , F y G respectivamente. En todos los casos se observa un claro comportamiento lineal hasta rotura, típico de un laminado de material compuesto. No se aprecia ningún cambio significativo en la rigidez de los laminados ocasionado por el daño en la matriz (evolución de la densidad de fisuras, figuras 8.12 a 8.14), ya que, la rigidez del laminado está dominada por las láminas a 0° . Por esta razón, es prácticamente imposible identificar el daño de laminados carbono/epoxi utilizando valores experimentales de la rigidez o curvas fuerza-desplazamiento; ya que el cambio observado es demasiado pequeño para la precisión de la instrumentación [167].

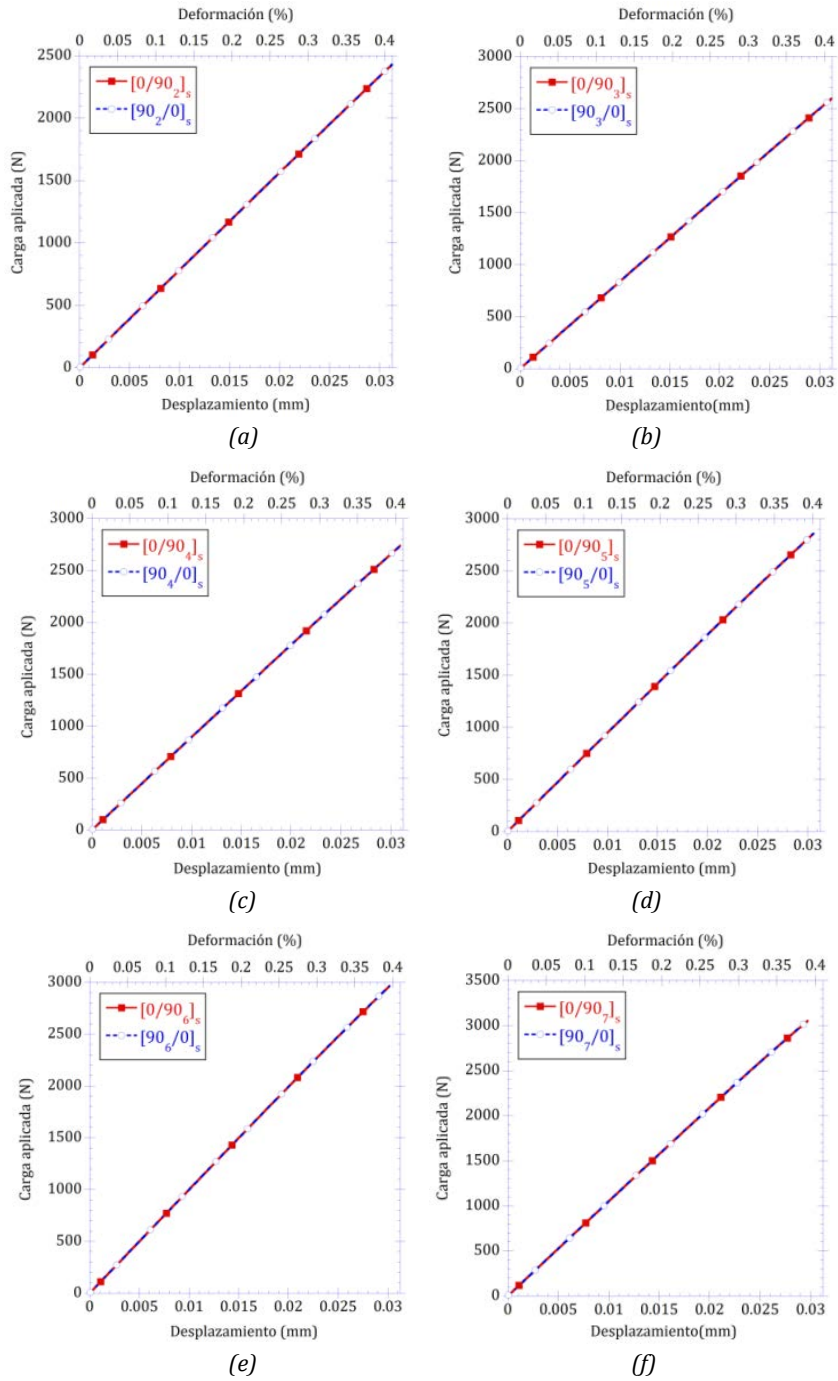


Figura 8.15. Curva carga aplicada-desplazamiento para los pares simétricos de laminados del grupo E.

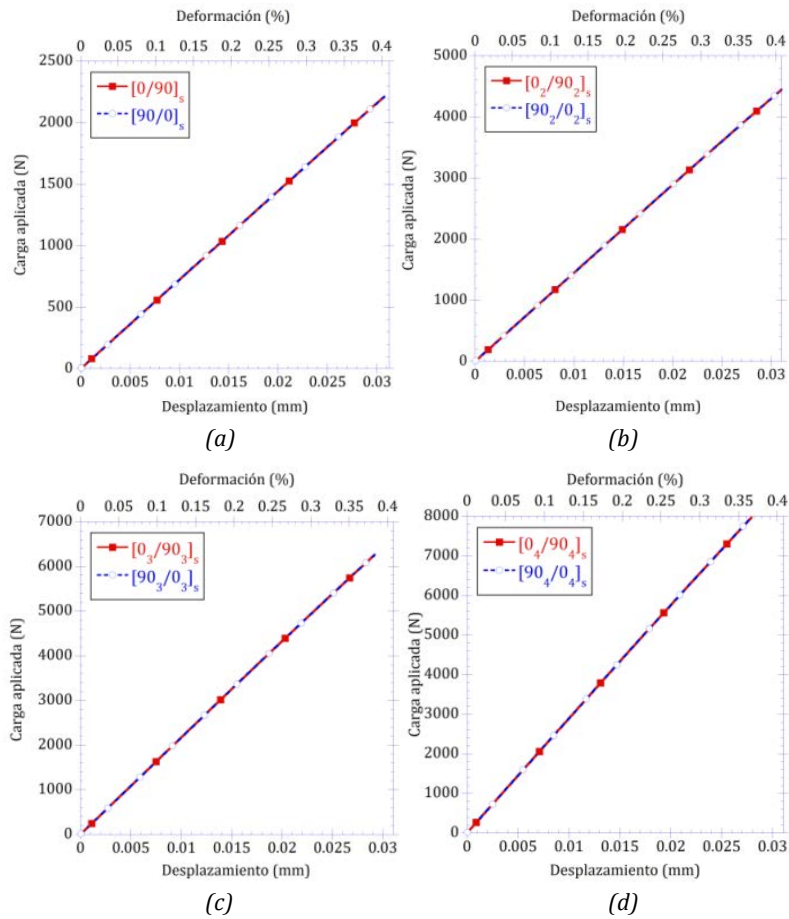


Figura 8.16. Curva carga aplicada-desplazamiento para los pares simétricos de laminados del grupo F.

En los tres grupos de laminados estudiados, al aumentar el número de láminas en los *clusters* a 90° (mayor espesor), la carga de rotura del laminado así como la pendiente de la curva aumentan.

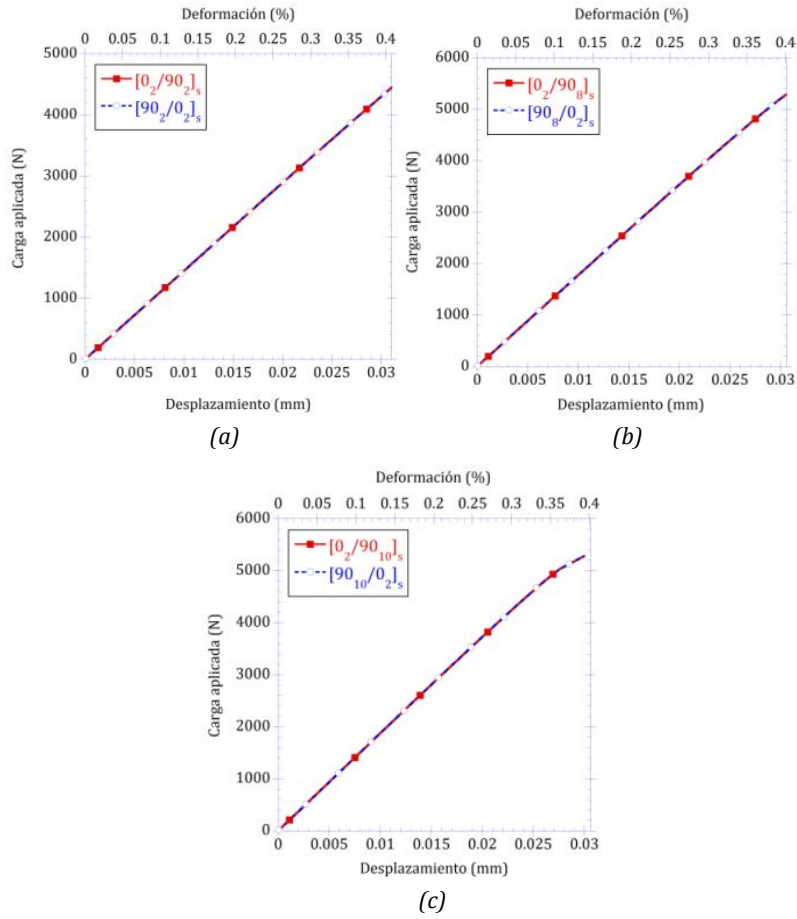


Figura 8.17. Curva carga aplicada-desplazamiento para los pares simétricos de laminados del grupo G.

En las figuras 8.18 a 8.20 está representada la tensión longitudinal en las láminas a 0° para los tres grupos de laminados estudiados (*E*, *F*, y *G* respectivamente). Cuando la matriz de las láminas a 90° comienza a dañarse (umbral de la curva de las figuras 8.12 a 8.14), existe una transferencia de carga hacia las láminas a 0° , lo cual se traduce en un cambio de pendiente en la curva de la tensión longitudinal en las láminas a 0° , figura 8.18 a 8.20. Después de esto, la tensión longitudinal aumenta hasta alcanzarse la resistencia a rotura de las fibras (1730 MPa).

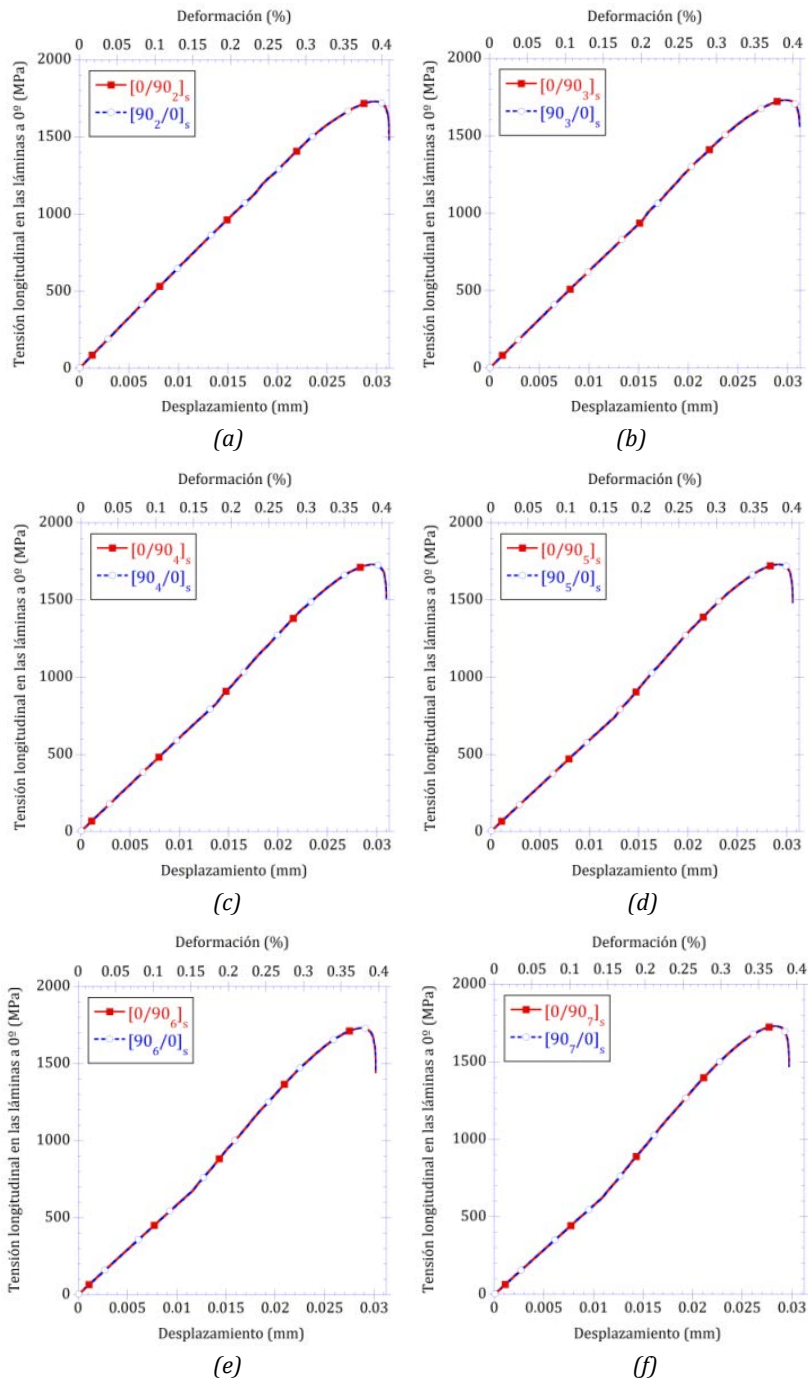


Figura 8.18. Evolución de la tensión longitudinal en las láminas a 0° en el nodo situado en el borde del agujero para los pares simétricos de laminados del grupo E.

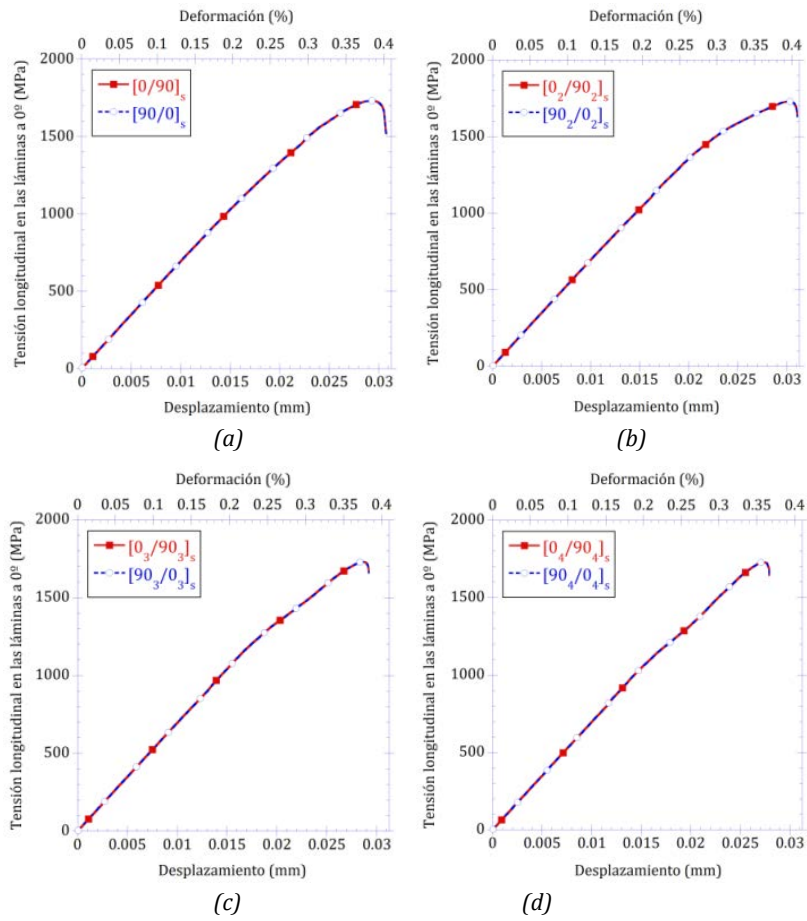


Figura 8.19. Evolución de la tensión longitudinal en las láminas a 0° en el nodo situado en el borde del agujero para los pares simétricos de laminados del grupo E.

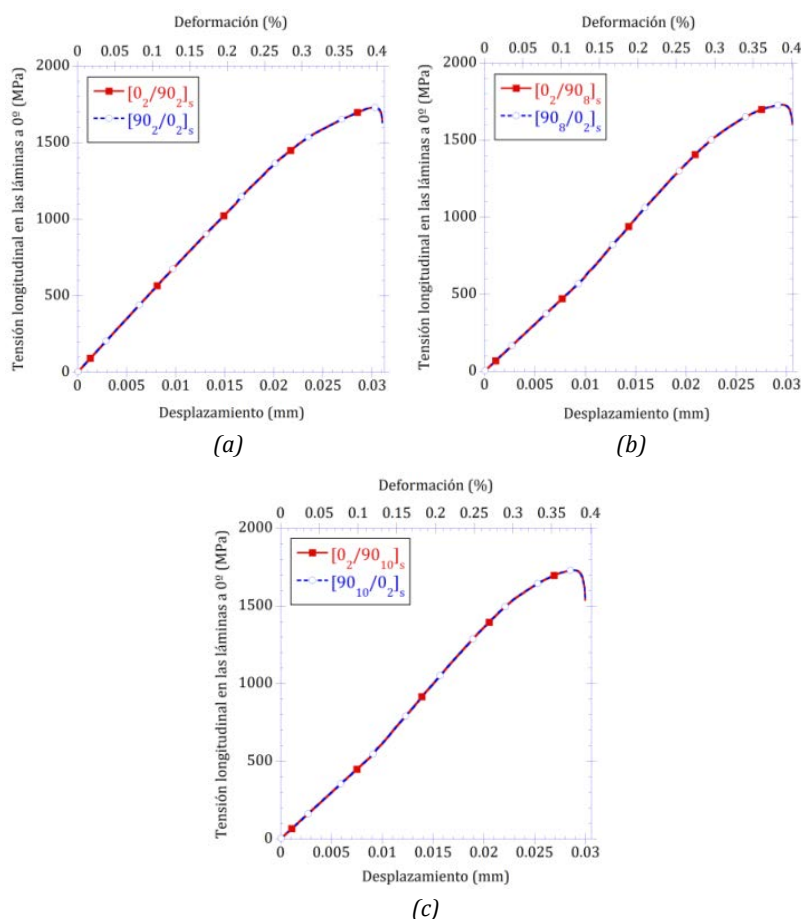


Figura 8.20. Evolución de la tensión longitudinal en las láminas a 0° en el nodo situado en el borde del agujero para los pares simétricos de laminados del grupo E.

Como ya se ha demostrado que el comportamiento es exactamente igual para todos los pares de laminados simétricos estudiados, a modo de ejemplo se selecciona un único par, en concreto $[0/90_4]_s$ vs $[90_4/0]_s$, para el resto de resultados.

En la figura 8.21 están representadas las imágenes de los contornos de la densidad de fisuras en las láminas a 90° y la tensión longitudinal en las láminas a 0° y 90° del par de laminados $[0/90_4]_s$ vs $[90_4/0]_s$ y para una deformación aplicada correspondiente a la rotura del laminado. Al igual que para el resto de resultados mostrados anteriormente, las imágenes de los contornos también son iguales para un laminado y su simétrico, como se observa en la figura 8.21. Se ha observado el mismo comportamiento para todos los pares de laminados analizados.

La evolución y forma de las imágenes es la misma que la explicada en los apartados anteriores. La densidad de fisuras en las láminas a 90° es máxima en el borde del agujero en dirección perpendicular a la aplicación de la carga, figura 8.21 a. El daño de la matriz se concentra alrededor de esta área y evoluciona perpendicular a la aplicación de la carga. Para todos los laminados estudiados en esta sección, no se ha observado daño en la matriz en las láminas a 0° para ninguna carga aplicada, por ello su gráfica de contornos no se muestra en la figura 8.21.

El área donde se alcanza la máxima densidad de fisuras en las láminas a 90° es también el área donde la tensión longitudinal en las láminas a 0° es máxima, figura 8.21.b. Cuando el daño de la matriz aumenta, la rigidez del laminado disminuye y se produce una redistribución de tensiones hacia los bordes de la placa. Por lo tanto, la tensión mínima se localiza en el borde del agujero en la dirección de aplicación de la carga.

La tensión longitudinal en las láminas a 90° evoluciona en dirección perpendicular a la aplicación de la carga desde el borde del agujero hasta el borde de la placa, y también ligeramente en los bordes de placa situados en la dirección de aplicación de la carga, figura 8.21.c. El valor máximo de tensión se localiza simétricamente a ambos lados del borde del agujero en dirección perpendicular a la aplicación de la carga siguiendo dicha dirección, y el valor mínimo se encuentra alrededor del borde del agujero en dirección contraria.

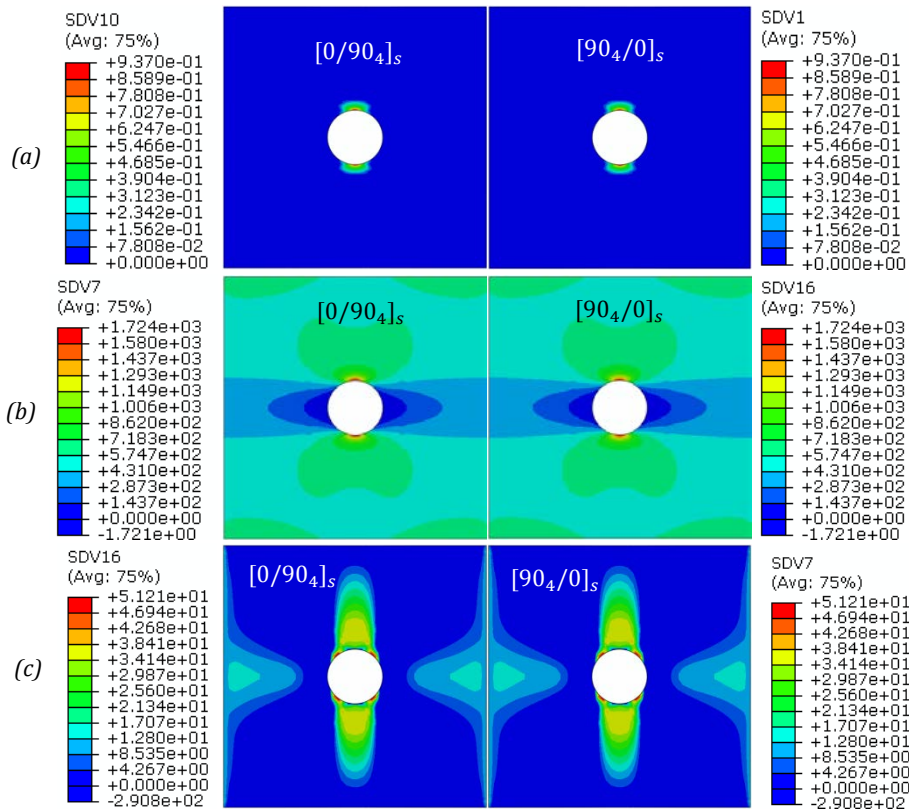


Figura 8.21. Comparación entre los laminados $[0/90_4]_s$ y $[90_4/0]_s$ para una deformación aplicada que produce la rotura del laminado. a) Contorno de la densidad de fisuras en las láminas a 90° b) Tensión longitudinal en las láminas a 0° y c) Tensión longitudinal en las láminas a 90° .

8.4. Resumen del Capítulo

En este capítulo se han analizado varios laminados con agrupamientos de láminas en diferentes posiciones y con distintos espesores utilizando el modelo DDM propuesto, el cual es capaz de predecir la localización del daño y la concentración de tensiones en laminados con agujero. Como era de esperar, los valores máximos de tensión se alcanzan en el borde del agujero en dirección

perpendicular a la dirección de aplicación de la carga. Los valores mínimos sin embargo, se alcanzan en el borde del agujero, a lo largo de la línea media de aplicación de la carga.

Se han observado varias diferencias entre laminados con el mismo número de láminas pero agrupadas de diferente manera. Los laminados que tienen un agrupamiento de láminas a 90° mayor presentan una tensión de rotura menor. Adicionalmente, el daño comienza para una carga aplicada menor, y la extensión de área dañada es mayor.

Laminados con agrupamiento de láminas a 90° con el mismo número de láminas (mismo espesor) pero en diferentes posiciones se comportan de la misma manera cuando éstas están situadas en el interior del laminado, pero no en el medio o la superficie de éste. La evolución del agrietamiento de la matriz es más lenta cuando el agrupamiento de láminas se encuentra en la superficie del laminado. Por lo que se puede afirmar que la posición en la que se encuentre el agrupamiento de láminas si influye en los resultados.

Por último, laminados con secuencias de apilamiento inversas, en las que en uno de los laminados existe un agrupamiento de láminas a 90° en el interior del laminado y en el otro el agrupamiento de láminas a 90° está en la superficie del laminado pero con un espesor la mitad del primero, no se ha observado ninguna diferencia en términos de la evolución de la densidad de fisuras, la evolución de la tensión longitudinal, la curva fuerza aplicada- desplazamiento y la tensión última de rotura. Este comportamiento es debido a la relación existente entre el espesor y la posición de las láminas.

Capítulo 9

Conclusiones y Trabajos Futuros

9.1. Resumen y Conclusiones

En la presente Tesis Doctoral, se ha analizado la evolución del daño en laminados simétricos con agujero sometidos a cargas de tracción uniaxial en el plano. La concentración de tensiones que se origina alrededor del agujero produce una degradación de las propiedades mecánicas del laminado, y por lo tanto, una disminución de su resistencia en comparación a la que tendría sin agujero. Por ello, esta es una de las variables de mayor interés a analizar del problema. Para su estudio se han planteado dos enfoques: el primero de ellos, mediante la utilización de modelos analíticos simplificados basados en tensiones, y el segundo, mediante la utilización de un modelo detallado basado en la Mecánica del Daño Discreto. Ambas metodologías han sido validadas con resultados experimentales obtenidos de ensayos experimentales realizado en la presente Tesis y mediante la comparación con resultados experimentales publicados en la literatura científica.

Atendiendo a los objetivos parciales planteados en el capítulo 1, se detallan a continuación las conclusiones extraídas para cada uno de ellos.

Evaluación de la carga de rotura de laminados con agujero mediante la utilización del modelo simplificado de Whitney y Nuismer.

- La adimensionalización de las ecuaciones del modelo de Whitney y Nuismer pone de manifiesto que las distancias características \hat{d}_0 y \hat{a}_0 no son propiedades del laminado, sino que dependen de la relación geometría ($2R/W$). No es recomendable emplear valores constantes para estos parámetros tal y como sugieren otros autores, dado que se aumenta el error hasta valores cercanos al 48%.
- La metodología desarrollada a partir del modelo de Whitney y Nuismer en variables adimensionales es capaz de estimar los parámetros del modelo (distancias características) así como la tensión de rotura del laminado, a partir de resultados experimentales de laminados con y sin agujero para diferentes relaciones geométricas $2R/W$. Para los laminados analizados en la presente Tesis, se han propuesto curvas de ajuste polinómicas de segundo orden que relacionan las distancias características con el factor geométrico ($2R/W$). El error cometido en todos los casos estudiados es inferior al 8.5%. La selección de un amplio rango de valores ($2R/W$) para los ensayos experimentales de una misma secuencia de apilamiento permite una mayor aplicabilidad de la metodología propuesta. Esta metodología permite la representación gráfica de la tensión de rotura y del factor de concentración de tensiones en función de la geometría siendo una herramienta útil para el diseño de elementos estructurales.

Evaluación del daño y la carga de rotura de laminados con agujero mediante la utilización del modelo basado en la Mecánica del Daño Discreto (DDM).

- Se ha incorporado el mecanismo de fallo por rotura de fibras en el modelo DDM con la colaboración del Profesor Ever J. Barbero, utilizándose una distribución de Weibull para reproducir el carácter estocástico de la rotura de fibras. La implementación numérica del modelo se ha llevado a cabo mediante el software comercial de elementos finitos Abaqus.
- El modelo DDM es capaz de predecir la localización del daño asociado a concentradores de tensión, tales como un defecto, o un agujero. Se ha observado independencia con el tamaño de malla en la respuesta global, evaluando la curva fuerza aplicada vs desplazamiento del laminado.

Para el estudio de la localización del daño asociado a un defecto inicial, se han analizado tres valores de daño inicial (densidad de fisura inicial) con el fin de estudiar su efecto en la evolución del daño del laminado. El valor del defecto inicial impuesto a un laminado sólo influye en la fase inicial de la evolución del daño. Una vez que todos los puntos del laminado alcanzan el valor del daño inicial, la evolución del daño se produce de manera simultánea y progresiva en todo el laminado, localizándose el daño en la zona dañada y evolucionando con forma de cacahuete en dirección perpendicular a la aplicación de la carga hacia los bordes del laminado.

Para el estudio de la localización asociado a la presencia de un agujero se han analizado cuatro diámetros de agujero distintos en la evolución del daño. A medida que el diámetro del agujero aumenta la deformación de rotura aumenta, la rigidez del laminado disminuye, y debido a una menor sección transversal la carga de rotura disminuye. Se ha comprobado como el factor de concentración de tensiones se hace máximo en el borde del agujero aumentando su valor para diámetros de agujero crecientes. Se observa un retraso en el inicio del daño así como un aumento en la extensión del área dañada a medida que aumenta el radio del agujero.

- El modelo DDM se ha validado para un amplio rango de laminados con diferentes materiales, geometrías y secuencias de apilamiento. La validación se ha hecho en términos de la carga o tensión de rotura del laminado y de la rigidez. Se ha puesto de manifiesto la validez del modelo DDM para estudiar problemas en los que el mecanismo de fallo por delaminación no influya de forma relevante en el fallo del laminado.
- Se ha analizado la evolución del daño de laminados cruzados con agujero sometidos a un estado de tracción uniaxial cuando existen distintos agrupamientos de láminas, evaluando su espesor y posición.

Laminados con el mismo número global de láminas en la secuencia de apilamiento, pero con clusters a 90° de distintos espesores, presentan una carga de rotura menor cuanto mayor es el espesor del cluster. La iniciación del daño en la matriz comienza para una deformación menor cuanto más grueso es el cluster, y su tasa de crecimiento también es menor. Laminados con clusters de mayor espesor fallarán antes que laminados con clusters más delgados. Por tanto, la rigidez global y la carga de rotura de laminados con el mismo número global de láminas pero secuencias de apilamiento distintas difieren, resultado que la Teoría Clásica del Laminado no es capaz de predecir, al igual que ocurre con el modelo de Whitney y Nuismer.

Laminados con agrupamiento de láminas del mismo espesor, pero localizados en diferente posición dentro de la secuencia de apilamiento, se comportan igual siempre que el agrupamiento de láminas no se encuentre en la superficie del laminado. El umbral de

deformación aplicada para el que la densidad de fisuras empieza a evolucionar es aproximadamente un 24% menor en los clusters externos que en los internos. Su tasa de crecimiento (zona casi lineal de la curva) es en todos los casos analizados un 40% mayor en el cluster interno que en el externo. Si el agrupamiento de láminas a 90° se encuentra en la superficie, el daño en la matriz comienza antes que si el cluster se encuentra en el interior del laminado. Una fisura en una lámina situada en la superficie del laminado no está restringida, por lo que su ERR será igual, siendo la evolución del daño en la matriz más lenta que si se encuentra en el interior del laminado.

Laminados con secuencias de apilamiento inversas no presentan diferencias en términos de la evolución del daño, ya que una grieta situada en la superficie del laminado se comporta igual que otra grieta con el doble de espesor situado en el plano de simetría del laminado.

- El modelo DDM permite conocer en qué momento exacto comienza a dañarse la matriz del laminado, aspecto que es imposible de predecirse en un ensayo experimental mediante la curva carga aplicada-desplazamiento. El inicio del daño de la matriz se ve reflejado en un cambio de pendiente en la curva tensión longitudinal de las láminas a 0° .
- En todos los laminados estudiados la densidad de fisuras es máxima en el borde del agujero y evoluciona en dirección perpendicular a la aplicación de la carga, al igual que la tensión longitudinal en las láminas a 0° , donde su valor se hace mínimo en el borde del agujero en dirección de la aplicación de la carga.

9.2. Trabajos Futuros

Como continuación de los trabajos realizados en esta Tesis Doctoral, se proponen las siguientes líneas de trabajos futuros. En el desarrollo de estas líneas se pretende continuar la colaboración con el profesor Ever Barbero de la West Virginia University.

- En ciertos laminados con agujeros cuya secuencia de apilamiento incluye láminas a 0° , puede aparecer, en estas láminas, agrietamiento de la matriz en dirección de las fibras, fenómeno conocido como “splitting”. Se propone estudiar este fenómeno en laminados con agujero sometidos a cargas en su plano empleando el modelo DDM con la formulación desarrollada y analizando la geometría, secuencias de apilamiento y condiciones de carga que favorecen la aparición de este modo de fallo.
- Algunas estructuras de material compuesto, están sujetas a cargas térmicas además de mecánicas durante su vida útil. Por ejemplo, la estructura de una aeronave en vuelo está sometida a una disminución de temperatura respecto a la ambiente al nivel del mar de 80K. Estos cambios de temperatura introducen tensiones dentro del laminado debido a las diferencias de coeficientes de dilatación térmica entre láminas con orientación diferente. Cuando estas tensiones se combinan con otras inducidas por cargas externas, puede aparecer daño por debajo de la carga crítica a la temperatura de referencia. Por esta razón, se propone analizar el comportamiento termo-mecánico a baja temperatura de un laminado con agujero sometido a cargas en el plano. Dado que la variación de la temperatura modifica las propiedades del material, será necesario modificar el modelo DDM para incorporar este fenómeno.
- Tras el estudio llevado a cabo durante el desarrollo de la presente Tesis, se ha observado que el daño producido por delaminación controla el fallo global del laminado para ciertas secuencias

de apilamiento y geometrías, pudiendo producirse como mecanismo de fallo inicial o como resultado de la aparición de otros mecanismos de fallo. Se propone implementar este mecanismo de fallo dentro del modelo para así ampliar su rango de aplicación. Para ello, será necesaria una validación del modelo DDM modificado, y por ende se necesitarán resultados experimentales, ya sean propios o de la literatura científica de laminados que presenten este tipo de fallo.

- El estudio realizado en esta Tesis no considera fuerzas de inercia por lo que sólo es aplicable a problemas estáticos, sin embargo ciertas estructuras están sometidas durante su vida en servicio a cargas dinámicas o de impacto. Se pretende plantear el estudio de la evolución del daño en laminados con agujero sometidos a cargas de origen dinámico, lo cual exigiría un replanteamiento del modelo.

9.3. Difusión de Resultados

A continuación se enumeran las publicaciones y contribuciones a congresos científicos Nacionales e Internacionales, derivados del trabajo llevado a cabo durante la realización de esta Tesis Doctoral.

Artículos publicados en revistas indexadas en Journal Citation Report

1. M.M. Moure, S.K. Garcia-Castillo, S. Sanchez-Saez, E. Barbero, E.J Barbero. Influence of ply cluster thickness and location on matrix cracking evolution in open-hole composite laminates. *Composites Part B: Engineering*.
2. M.M. Moure, F. Otero, S.K. Garcia-Castillo, S. Sanchez-Saez, E. Barbero, E.J Barbero. Damage evolution in open-hole laminated composite plates subjected to in-plane loads. *Composite Structures*, 133, pp. 1048-1057, 2015.
3. I. Ivañez, M.M. Moure, S.K. Garcia-Castillo, S. Sanchez-Saez. The oblique impact response of composite sandwich plates. *Composite Structures*, 133, pp. 1127-1136, 2015.
4. M.M. Moure, S. Sanchez-Saez, E. Barbero, E.J Barbero. Analysis of damage localization in composite laminates using a discrete damage model. *Composites Part B: Engineering*, 66, pp. 224-232, 2014.

Divulgaciones en Congresos Científicos de carácter Nacional e Internacional

1. M.M. Moure, S.K. García-Castillo, S. Sánchez-Sáez, E. Barbero, E.J. Barbero. Thermo-mechanically induced damage in open-hole laminates. *19th International Conference on Composite Structures*, Oporto (Portugal), 2016.
2. M.M. Moure, E.J. Barbero. Application of Discrete Damage Mechanics to Open-hole Tension of Composite Laminates. *SIMULIA Community Conference, Science in the Age of Experience*, Boston, MA (EEUU), 2016.
3. M.M. Moure, S.K. García-Castillo, S. Sánchez-Sáez, E. Barbero, E.J. Barbero. Influence of Ply Thickness on the Damage Evolution in Open-Hole Laminate Plates. *18th International Conference on Composite Structures*, Lisboa (Portugal), 2015.

4. I. Ivañez, M.M. Moure, S.K. García Castillo, S. Sánchez-Sáez. The oblique impact response of composite sandwich plates. *18th International Conference on Composite Structures*, Lisboa (Portugal), 2015.
5. M.M. Moure, S.K. García-Castillo, S. Sánchez-Sáez, E. Barbero, F. Otero, E.J. Barbero. Análisis de la evolución del daño en placas de tipo laminado con un agujero. *XI Congreso Nacional de Materiales Compuestos*, Móstoles (España), 2015.
6. M.M. Moure, S.K. García-Castillo, S. Sánchez-Sáez, E. Barbero, E.J. Barbero. Size Effect on the Damage Evolution in Open-Hole Composite Laminates. *16th European Conference on Composite Materials*, Seville (España), 2014.
7. M.M. Moure, S.K. García-Castillo, S. Sánchez-Sáez, E. Barbero, E.J. Barbero. High velocity impact analysis of aluminium plates subjected to membrane load. *7th International Workshop 2013: Dynamic behaviour of Materials and its applications in Industrial Processes*, Madrid (España), 2013.
8. E.J. Barbero, M.M. Moure, E. Barbero. Análisis de la localización del daño en laminados empleando un modelo de daño discreto. *X Congreso Nacional de Materiales Compuestos*, Algeciras (España), 2013.
9. M.M. Moure, C. Santiuste, E. Barbero. On the Modelling of Ductile Composite Under Low-Velocity Impact. *International Conference on Mechanics of nano, micro and macro Composite Structures*, Turin (Italia), 2012.

Chapter 9

Conclusions and Future Works

9.1. Abstract and Conclusions

In this PhD Thesis the damage evolution in open-hole symmetric laminates subjected to uniaxial in-plane tensile loads has been analyzed. Stress concentration that arises around the hole causes a degradation of the mechanical properties of the material and therefore a decrease in the strength compared to that with no hole. Therefore, the variable of interest to study the problem is the tensile strength of the laminate. For the study two approaches have been proposed: the first of them by using simplified analytical models based on stresses and the second using a detailed model based on the Mechanics of Discrete Damage. Both methods have been validated by conducting experimental tests and by comparison with experimental results published in the scientific literature

Based on the partial objectives raised in chapter 1, the conclusions drawn for each one are detailed.

Failure Strength evolution of open-hole composite laminates using the simplified model of Whitney and Nuismer.

- From the dimensionless of the equations of Whitney and Nuismer model it can be deduced that, the characteristic distances \hat{d}_0 y \hat{a}_0 are not laminate properties, they depend on the geometric ratio $(2R/W)$. It is not advisable to use constant values for these parameters as others authors suggest, since the error is increased to values close to 48%.
- The developed methodology form of Whitney and Nuismer dimensionless model is able to estimate the model parameters (characteristics distances) and the tensile strength of the laminate from experimental results of laminates with and without hole for different geometric ratios $(2R/W)$. For the laminates analyzed in this Thesis it has been proposed second order polynomial adjustment curves relating the distances features with the geometric factor $(2R/W)$. The error in all cases studied is less than 8.5%. The selection of a wide range of values $(2R/W)$ for experimental tests of the same stacking sequence, allows a greater applicability of the proposed methodology. This methodology allows the graphical representation of the tensile strength and the stress concentration factor as a function of the geometry, being a useful design tool for structural elements.

Damage evolution and notched failure strength assessment by using the model based on Discrete Damage Mechanics (DDM).

- Fiber failure mechanism has been incorporated in the DDM model with the collaboration of Professor Ever J. Barbero, using a Weibull distribution to reproduce the stochastic nature of fiber breakage. The analytical model solution was numerically implemented by commercial finite element software Abaqus.
- The DDM model is able to predict damage location associated with stress concentrators, such as initial damage, or a hole. It has been observed independence with mesh size in the overall response (applied force versus displacement) of the laminate.

For the study of damage location associated with an initial defect, three values of initial damage (initial crack density) have been analyzed in order to study their effect on damage evolution of the laminate. The default value given to a laminate only influences the initial stage of damage evolution. Once all the elements of the laminate reach the value of the initial damage, damage evolution occurs simultaneously and progressively in all the laminate, focusing the damage in the damaged area and evolving with a peanut shaped in a direction perpendicular to the load application toward the edges of the laminate.

To study the location associated with the presence of a hole on damage evolution, four different hole diameters have been analyzed. As the hole diameter increases failure strain increases, the stiffness of the laminate decreases, and due to a smaller cross section the notched strength decreases. It has been found that the stress concentration factor becomes maximum at the edge of hole diameters increasing its value as increasing hole diameter. A delay in the onset of damage and an increase in the extent of damage increases as the radius of the hole area is observed.

- DDM model has been validated for a wide range of materials, geometries and stacking sequences. Validation has been done in terms of the ultimate load or stress of the laminate, and the stiffness. It has been demonstrated the validity of the DDM model to study problems in which the delamination failure mechanism does not influence relevantly in the failure of the laminate.
- Damage evolution of cross-ply laminates containing a hole, and subjected to uniaxial tensile load, has been analyzed when different clusters of plies exists inside the laminate, evaluating its thickness and position.

Laminates with the same overall number of sheets in the stacking sequence, but with clusters at 90° of different thicknesses, have a lower tensile strength the greater the the cluster is. Matrix damage initiation begins for a lower strain the thicker deformation is the cluster, and its growth rate is also lower. Laminates with thicker clusters will fail before laminates with thinner clusters. Therefore, the overall stiffness and tensile strength of laminates with the same overall number of plies but with different stacking sequences differs, result that the Classical Theory of the laminate is not able to predict, as occurs with Whitney and Nuismer model.

Laminate with clusters of the same thickness, but located in different position within the stacking sequence, behave the same as long as the cluster is not in the laminate surface. The threshold for the applied strain for which the crack density begins to evolve is about 24% lower in external clusters than in internal clusters. Its growth rate (linear area of the curve) in

all cases is a 40% higher in the internal cluster than in the external. If the cluster of 90° plies is in the surface, matrix damage begins sooner than if the cluster is within the laminate. A cracked ply placed on a ply situated in the surface of the laminate is not restricted, so its ERR is equal, being the matrix damage evolution slower than if it is found within the laminate.

Laminates with inverse stacking sequences do not differ in terms of damage evolution, since a crack at the surface of the laminate behaves like another crack with double thickness in the symmetry plane of the laminate.

- DDM model allows knowing exactly in which moment matrix damage begins in the laminate, something impossible to be predicted in an experimental test with the applied load-displacement curve. The onset of matrix damage is reflected in a change of slope in the longitudinal stress curve of 0° plies.
- In all studied laminates, the maximum crack density is localized at the edge of the hole and evolves perpendicular to load application, the same as for the longitudinal stress on 0° plies, where its value is minimized at the edge of the hole in the direction of the load application.

9.2. Future Works

As a continuation of the work done in this Thesis, the following future work lines are proposed. In the development of these lines, the collaboration with Professor Ever Barbero of West Virginia University is intended to continue.

- In certain open-hole laminates, whose stacking sequence includes plies at 0°, it may appear, in these plies, matrix cracking in fiber direction, a phenomenon known as "splitting". It is proposed to study this phenomenon in open-hole composite laminates subjected to in-plane loads using the DDM model with the developed formulation and analyzing the geometry, stacking sequences and load conditions that favor the appearance of this failure mode.
- Some composite structures are subject to thermal loads besides mechanical loads during its service life. For example, the structure of an aircraft during flight is subject to a temperature decrease from ambient sea level 80K. Such temperature changes introduced stresses within the laminate due to differences in thermal expansion coefficients between plies with different orientation. When these are combined with other stresses induced by external loads, damage may occur below the critical temperature reference load. For this reason, it is proposed to analyze the thermo-mechanical behavior at low temperature of an open-hole laminate subjected to in-plane loads. Since the temperature variation modifies the material properties, changes need to be done to incorporate this phenomenon in DDM model.
- Following the study carried out during the development of this Thesis, it has been observed that the damage caused by delamination controls the overall failure of the laminate in certain stacking sequences and geometries, appearing as an initial failure mechanism or as a result of another failure mechanism. This failure mechanism is proposed to be implemented within the model, thus extending its application range. To do so, the modified DDM model will require a validation, and therefore experimental results will be needed, whether owned or from the scientific literature.

- The study conducted in this thesis does not consider inertia forces, so it is only applicable to static problems; however certain structures are subjected to dynamic or impact loads during its service life. Damage evolution in open-hole composite laminates subjected to dynamic loads is intended to be studied, which would require a rethinking of the model.

9.3. Results Dissemination

The following publications and conference contributions listed below are derived from this PhD.

Papers indexed in Journal Citation Report

1. M.M. Moure, S.K. Garcia-Castillo, S. Sanchez-Saez, E. Barbero, E.J Barbero. Influence of ply cluster thickness and location on matrix cracking evolution in open-hole composite laminates. *Composites Part B: Engineering*.
2. M.M. Moure, F. Otero, S.K. Garcia-Castillo, S. Sanchez-Saez, E. Barbero, E.J Barbero. Damage evolution in open-hole laminated composite plates subjected to in-plane loads. *Composite Structures*, 133, pp. 1048-1057, 2015.
3. I. Ivañez, M.M. Moure, S.K. Garcia-Castillo, S. Sanchez-Saez. The oblique impact response of composite sandwich plates. *Composite Structures*, 133, pp. 1127-1136, 2015.
4. M.M. Moure, S. Sanchez-Saez, E. Barbero, E.J Barbero. Analysis of damage localization in composite laminates using a discrete damage model. *Composites Part B: Engineering*, 66, pp. 224-232, 2014.

Contributions at Scientific Conferences

1. M.M. Moure, S.K. García-Castillo, S. Sánchez-Sáez, E. Barbero, E.J. Barbero. Thermo-mechanically induced damage in open-hole laminates. *19th International Conference on Composite Structures*, Oporto (Portugal), 2016.
2. M.M. Moure, E.J. Barbero. Application of Discrete Damage Mechanics to Open-hole Tension of Composite Laminates. *SIMULIA Community Conference, Science in the Age of Experience*, Boston, MA (EEUU), 2016.
3. M.M. Moure, S.K. García-Castillo, S. Sánchez-Sáez, E. Barbero, E.J. Barbero. Influence of Ply Thickness on the Damage Evolution in Open-Hole Laminate Plates. *18th International Conference on Composite Structures*, Lisbon (Portugal), 2015.
4. I. Ivañez, M.M. Moure, S.K. García Castillo, S.Sánchez-Sáez. The oblique impact response of composite sandwich plates. *18th International Conference on Composite Structures*, Lisbon (Portugal), 2015.
5. M.M. Moure, S.K. García-Castillo, S. Sánchez-Sáez, E. Barbero, F. Otero, E.J. Barbero. Análisis de la evolución del daño en placas de tipo laminado con un agujero. *XI National Congress of Composite Materials*, Móstoles (Spain), 2015.

6. M.M. Moure, S.K. García-Castillo, S. Sánchez-Sáez, E. Barbero, E.J. Barbero. Size Effect on the Damage Evolution in Open-Hole Composite Laminates. *16th European Conference on Composite Materials*, Seville (Spain), 2014.
7. M.M. Moure, S.K. García-Castillo, S. Sánchez-Sáez, E. Barbero, E.J. Barbero. High velocity impact analysis of aluminium plates subjected to membrane load. *7th International Workshop 2013: Dynamic behaviour of Materials and its applications in Industrial Processes*, Madrid (Spain), 2013.
8. E.J. Barbero, M.M. Moure, E. Barbero. Análisis de la localización del daño en laminados empleando un modelo de daño discreto. *X National Congress of Composite Materials*, Algeciras (Spain), 2013.
9. M.M. Moure, C. Santiuste, E. Barbero. On the Modelling of Ductile Composite Under Low-Velocity Impact. *International Conference on Mechanics of nano, micro and macro Composite Structures*, Torino (Italy), 2012.

Bibliografía

- [1] González C., Materiales Compuestos: Una tecnología madura, Artículo de análisis en Madri+d, 2009. <http://www.madrimasd.org/>. Acceso en Noviembre de 2015
- [2] Web oficial de Boeing, Acceso en Noviembre de 2015. URL <http://www.boeing.com>.
- [3] <http://www.reinforcedplastics.com/view/21219/past-is-prologue-for-composite-repair/>. Acceso en Noviembre de 2015
- [4] <http://blog.malaysia-asia.my/2011/10/malaysia-airlines-airbus-a380-first.html>. Acceso en Noviembre de 2015
- [5] Huang Y, Ha SK, Koyanagi J, Melo JDD, Kumazawa H, Susuki I. *"Effects of an open hole on the biaxial strength of composite laminates"*. J Compos Mater 2010; 44:2429–45.
- [6] Wisnom M, Hallett SR, Soutis C. *"Scaling effects in notched composites"*. J Compos Mater 2010; 44:195–210.
- [7] Soutis C, Lee J. *"Scaling effects in notched carbon fibre/epoxy composites loaded in compression"*. J Mater Sci 2008; 43:6593–8.
- [8] Soutis C, Fleck NA, Smith PA. *"Failure prediction technique for compression loaded carbon fibre-epoxy laminates with open holes"*. J Compos Mater 1991; 25:1476–98.
- [9] Soutis C, Fleck NA, Smith PA. *"Compression fatigue behavior of notched carbon fibre-epoxy laminates"*. Inter J Fatigue 1991; 4:303–12.
- [10] Hallett SR, Green BG, Jiang WG, Wisnom M. *"An experimental and numerical investigation into the damage mechanisms in notched composites"*. Composites: Part A 2009; 40:613–24.
- [11] Hallett SR, Wisnom M. *"Experimental investigation of progressive damage and the effect of layup in notched tensile test"*. J Compos Mater 2006; 40(2):119–41.
- [12] de Moraes AB. *"Open-hole strength of quasi-isotropic laminates"*. Compos Sci Technol 2000; 60:1997–2004.
- [13] Pinnell MF. *"An examination of the effect of composite constituent properties on the notched strength performance of composite materials"*. Compos Sci Technol 1996; 56:1405–13.
- [14] Wang J, Callus PJ, Bannister MK. *"Experimental and numerical investigation of the tension and compression strength of un-notched and notched quasiisotropic laminates"*. Compos Struct 2004; 64:297–306.

- [15] O'Higgins RM, Padhi GS, McCarthy MA, McCarthy CT. *"Experimental and numerical study of the open-hole tensile strength of carbon/epoxy composites"*. Mech Compos Mater 2004; 40(4):269–78.
- [16] Caminero MA, Lopez-Pedrosa M, Pinna C, Soutis C, *"Damage monitoring and analysis of composite laminates with an open hole and adhesively bonded repairs using digital image correlation"*. Composites: Part B 2013; 53:76–91.
- [17] Toubal L, Karama M, Lorrain B, *"Stress concentration in a circular hole in composite plate"*. Composite Structures 2005; 68:31–36.
- [18] Pandita SD, Nishiyabu K, Verpoest I, *"Strain concentrations in woven fabric composites with holes"*. Composite Structures 2003; 59:361–368.
- [19] Pandit SD, Nishiyabu K, Verpoest I *"Strain concentrations in woven fabric composites with holes"*. Composite Structures 2003; 59:361-368.
- [20] Tan S C. *"Stress Concentrations in Laminated Composites"*. Technomic, Lancaster, PA, 1994.
- [21] <http://footage.framepool.com/fr/shot/950338395-aeroport-de-hambourg-finkenwerder-airbus-a380-ouvrier-d'usine-hall-de-production>. Acceso en Noviembre de 2015
- [22] <http://theflyingengineer.com/2013/06/>. Acceso en Noviembre de 2015
- [23] Tan SC; *"A progressive failure model for composite laminates containing openings"*; J. Composite Materials 1991; 25:256-277.
- [24] Chen P, Shen Z, Wang JY. *"Prediction of the strength of notched fiber-dominated composite laminates"*. Composite Science and Technology 2001; 61:1311-1321.
- [25] Barbero EJ, Cortes DH. *"A mechanistic model for transverse damage initiation, evolution, and stiffness reduction in laminated composites"*. Composites Part B. 2010, 41: 124-132.
- [26] Pagès S, Costa J, Mayugo JA, Blanco N; *"Tratamiento de la fatiga en el diseño estructural con materiales compuestos"*; Grupo de Análisis y Materiales Avanzados para el Diseño Estructural (AMADE), Universitat Politècnica de Girona, Julio2003.
- [27] Orifici AC, Herszberg I, Thomson RS; *"Review of methodologies for composite material modelling incorporating failure"*; Composite Structures2008; 86:194–210.
- [28] Swindeman MJ, Iarve EV, Brockman RA. *"Strength Prediction in Open Hole Composite Laminates by Using Discrete Damage Modeling"*. AIAA Journal 2013; 51(4):936-45.
- [29] Molinier M. *"Análisis de los criterios de falla aplicados a los laminados compuestos"*. Serie de monografías en Mecánica de laminados Compuestos. Buenos Aires-Argentina.
- [30] Arias M, Luz S, Venegas U, Libardo. *"Falla de los materiales compuestos Laminados"*. Scientia Et Technica 2004; X (25):113-118. Universidad Tecnológica de Pereira. Colombia.

- [31] Shojaei A, Li G, Tan PJ, Fish J. *"Dynamic delamination in laminated fiber reinforced composites: A continuum damage mechanics approach"*. International Journal of Solids and Structures 2015; 71:262-276.
- [32] Antonio Miravete. *"Materiales Compuestos I"*. Editado por Antonio Miravete. 2007.
- [33] Chen BY, Tay TE, Baiz PM, Pinho ST, *"Numerical analysis of size effects on open-hole tensile composite laminates"*. Composites: Part A 2013; 47:52-62.
- [34] Liu CJ, Nijhof AHJ, Ernst LJ and Marissen R. *"A New Ultimate Strength Model of Notched Composite Laminates -- Including the Effects of Matrix Failure"*. Journal of Composite Materials 2010; 44: 1335.
- [35] Green BG, Wisnom MR, Hallett SR. *"An experimental investigation into the tensile strength scaling of notched composites"*. Composites: Part A 2007; 38:867-878.
- [36] Peterson RE, *"Stress Concentration Factors"*. Wiley, New York, NY, 1974.
- [37] Sutherland LS, Sheno RA, Lewis SM. *"Size and scale effects in composites: I. Literature review"*. Compos Sci Technol 1999; 59:209-20.
- [38] Sutherland LS, Sheno RA, Lewis SM. *"Size and scale effects in composites: II. Unidirectional laminates"*. Compos Sci Technol 1999; 59:221-33.
- [39] Sutherland LS, Sheno RA, Lewis SM. *"Size and scale effects in composites: III. Woven-roving laminates"*. Compos Sci Technol 1999; 59:235-51.
- [40] Camanho PP, Maimi P, Dávila CG. *"Prediction of size effects in notched laminates using continuum damage mechanics"*. Compos Sci Technol 2007; 67:2715-27.
- [41] Erçin GH, Camanho PP, Xavier J, Catalanotti G, Mahdi S, Linde P. *"Size effects on the tensile and compressive failure of notched composite laminates"*. Composite Structures 2013;96:736-744.
- [42] O'Higgins RM, McCarthy MA, McCarthy CT. *"Comparison of open hole tension characteristics of high strength glass and carbon fibre-reinforced composite materials"*. Composites Science and Technology 2008; 68: 2770-2778.
- [43] Lopes CS, Seresta O, Coquet Y, Gürdal Z, Camanho PP, Thuis B. *"Low-velocity impact damage on dispersed stacking sequence laminates. Part I: Experiments"*. Composites Science and Technology 2009; 69: 926-36.
- [44] Barbero EJ, Sgambiterra G, Adumitroaie A, and Martínez J. *"A Discrete Constitutive Model for Transverse and Shear Damage of Symmetric Laminates with arbitrary Stacking Sequence"*. Composite Structures 2011; 93:1021-1030.
- [45] Camanho PP, Dávila CG, Pinho ST, Iannucci L, Robinson P. *"Prediction of in situ strengths and matrix cracking in composites under transverse tension and in-plane shear"*. Composites: Part A 2006; 37:165-76.

- [46] Barbero EJ, Cosso FA. "Determination of material parameters for discrete damage mechanics analysis of carbon-epoxy laminates". *Composites: Part B*. 2014; 56: 638-646.
- [47] Nairn J. "Matrix microcracking in composites, in polymer matrix composites". In: Talreja R, Manson, editors. *Comprehensive composite materials*, vol. 2. Amsterdam: Elsevier Science; 2000. p. 403-32.
- [48] Nairn J, Hu S. In: Talreja R, editor. "Matrix microcracking, in damage mechanics of composites materials". Amsterdam: Elsevier; 2004. p. 187-243.
- [49] Nuismer RJ, Tan SC. "Constitutive relations of a cracked composite lamina". *J Compos Mater* 1988; 22:306-21.
- [50] Tan SC, Nuismer RJ. "A theory for progressive matrix cracking in composite laminates". *J Compos Mater* 1989; 23:1029-47.
- [51] Adolfsson E, Gudmundson P. "Matrix crack initiation and progression in composite laminates subjected to bending and extension". *Int J Solids Struct* 1999; 36:3131-69.
- [52] Varna J, Joffe R, Akshantala NV, Talreja R. "Damage in composite laminates with off-axis plies". *Compos Sci Technol* 1999; 59: 2139-47.
- [53] Yokozeeki T, Aoki T, Ishikawa T. "Consecutive matrix cracking in contiguous plies of composite laminates". *Int J Solids Struct* 2005; 42:2785-802.
- [54] Yokozeeki T, Aoki T, Ogasawara T, Ishikawa T. "Effects of layup angle and ply thickness on matrix crack interaction in contiguous plies of composite laminates". *Composites Part A* 2005; 36:1229-35.
- [55] Mayugo JA, Camanho PP, Maimí P, Dávila CG. "Analytical modelling of transverse matrix cracking of $[\pm\theta/90_n]_s$ composite laminates under multiaxial loading". *Mech Adv Mater Struct*.
- [56] Yokozeeki T, Aoki T. "Overall thermoelastic properties of symmetric laminates containing obliquely crossed matrix cracks". *Compos Sci Technol* 2005; 65:1647-54.
- [57] Barbero EJ. "Introduction to Composite Materials Design". Second edition. CRC Press. ISBN 978-1-4200-7915-9.
- [58] Lekhnitskii SG. "Anisotropic Plates". Gordon and Breach Science Publishers, 1968.
- [59] Whitney JM, Nuismer RJ. "Stress fracture criteria for laminated composites containing stress concentrations". *J Compos Mater* 1974; 8:253-265.
- [60] Nuismer RJ and Whitney JM. "Uniaxial Failure of Composite Laminates Containing Stress Concentrations". ASTM Special Technical Publication 1974, 593: 117-142.
- [61] Waddoups ME, Eisenmann JR and Kaminski BE. "Macroscopic Fracture Mechanics of Advanced Composite Materials". *Journal of Composite Materials* 1971, 5: 446-454.
- [62] Mar LW, Lin KY "Fracture mechanics correlation for tensile failure of filamentary composites with holes". *Journal of Aircraft*. 1977, 14:703-704.

- [63] Hong CS and John H. Crews, Jr. "*Stress-Concentration Factors for Finite Orthotropic Laminates With a Circular Hole and Uniaxial Loading*". NASA Technical Paper 1469. Langley Research Center Hampton, Virginia
- [64] Lekhnitskii SG "*Theory of Elasticity of an Anisotropic Elastic Body*", Holden Day Inc., San Francisco, 1963.
- [65] Camanho PP, Erçin GH, Catalanotti G, Mahdi S, Linde P. "*A finite fracture mechanics model for the prediction of the open-hole strength of composite laminates*". Composites: Part A 2012; 43:1219–1225.
- [66] Govindan PPK., Nageswara RB, Srivastava VK. "*Notched strength of carbon fibre/epoxy composite laminates with a circular hole*". Forschung im Ingenieurwesen 2000. 65:295-300.
- [67] Karlak RF. "*Hole Effects in a Related Series of Symmetrical Laminates, Proceedings of Failures Modes in Composites*" IV. Edited by James A. Cornie and Frank W. Crossman. Published by Metallurgical Society of Aime. 1977, pp. 105-117.
- [68] Hashin Z y Rotem A. "*A fatigue failure criterion for fiber reinforced materials*"; J. Composite Materials 1973; 7:448–464.
- [69] Tsai SW. "*Strength characteristics of composite materials*"; NASA/CR-224, (1965).
- [70] Tsai SW, Wu EM. "*A general theory of Strength for anisotropic materials*"; J. Composite Materials 1971; 5:58-80.
- [71] Chang FJ, Chang KY; "*A Progressive Damage Model for Laminates Composites Containing Stress Concentrations*"; Journal of Composite Materials 1987, 21:834-855.
- [72] Hahn HT, Johnnesson T. "*A correlation between fracture energy and fracture morphology in mixed-mode fracture of composites*"; Mechanical behavior of materials – IV, Stockholm 1983; 431–438.
- [73] Yan XQ, Du SY, Wang DUO. "*An engineering method of determining the delamination fracture toughness of composite laminates*". Engineering Fracture Mechanics 1991. 39: 623-627.
- [74] Eriksson I, Aronsson C.G. "*Strength of tensile loaded graphite/epoxy laminates containing cracks, open and filled holes*". J Compos Mater. 1990, 24: 456-482.
- [75] Liu PF, Zheng JY. "*Recent developments on damage modeling and finite element analysis for composite laminates: A review*". Materials and Design 2010; 31:3825-3834.
- [76] Barbero EJ, "*Finite Element Analysis of Composite Materials*", CRC Press, Boca Raton, FL, 2007.
- [77] Schuecker C, Pettermann HE "*Fiber Reinforced Laminates: Progressive Damage Modeling. Based on Failure Mechanisms*". Arch Comput Methods Eng 2008, 15:163-184.
- [78] Linde P, Pleitner J, de Boe H, Carmone C. "*Modelling and simulation of fibre metal laminates*". ABAQUS User's Conference, 2004.

- [79] <http://ocw.uc3m.es/mecanica-de-medios-continuos-y-teoria-de-estructuras/elasticidad-resistencia-de-materialesii/material-de-clase-1/materiales-compuestos/capitulo3.pdf> Acceso en Noviembre de 2015
- [80] Maimí P, Camanho PP, Mayugo JA, Dávila CG. "A continuum damage model for composite laminates: Part I – Constitutive Model". *Mechanics of Materials* 2007; 39: 897-908.
- [81] <http://www.tech.plym.ac.uk/sme/MATS324/MATS324A4%20fracture.htm>. Acceso en Noviembre de 2015
- [82] Paniagua M; Ossa A; Ruiz, G; "Características de adhesión entre fibras de queratina y poliéster insaturado"; Revista Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquia 2008, 46:15-23. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
- [83] Sánchez Sáez S; "Comportamiento Mecánico a Flexión y Tolerancia al daño de Materiales Compuestos de Fibra de Carbono y Matriz Epoxi a Baja Temperatura"; Tesis Doctoral (2002); Universidad Carlos III de Madrid.
- [84] Nahas MN. "Survey of Failure and Post-Failure of Laminated Fiber-Reinforced Composites". *Journal of Composites Technology & Research* 1986; 8(4):138-153.
- [85] Chang FK, Lessard LB. "Damage tolerance of laminated composites containing a hole and subjected to compressive loadings. Part I-Analysis". *Journal Composite Materials* 1991; 25:2-43.
- [86] Wang J, Karihaloo BL. "Optimum in situ strength design of composite laminates". *Journal of Composite Material. Part I- In situ Strength Parameters*. 1995; 30:1314-1337.
- [87] Dávila CG, Camanho PP, Rose CA. "Failure criteria for FRP laminates". *Journal Composite Materials* 2005; 39:323-345.
- [88] Sleight DW. "Progressive Failure Analysis Methodology for Laminated Composite Structures". *NASA/TP-209107*. 1999.
- [89] Hoffman O. "The Brittle Strength of orthotropic materials". *Journal of Composite Materials* 1967; 1:200-206.
- [90] Hou JP, Petrinic P, Ruiz C, Hallet SR. "Prediction o impact damage in composite plates"; *Composite Science and Technology* 2000; 60:273-281.
- [91] Puck A, Schürmann H. "Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models"; *Composites Science and Technology* 1998; 58:1045-1067.
- [92] Dávila CG, Camanho PP. "Failure Criteria for FRP laminates in Plane Stress". *NASA/TM-212663*. 2003.
- [93] Pinho T, Dávila CG, Camanho P, Iannucci L, Robinson P. "Failure Models and Criteria for FRP Under In-Plane or Three-Dimensional Stess States Includin Shear Non-Linearity"; *NASA TM-213530* (2005).

- [94] Hashin Z. *"Failure criteria for unidirectional composites"*. Journal Applied Mechanics 1980; 97:329-334.
- [95] Lee JD. *"Three Dimensional finite element analysis of damage accumulation in composite laminate"*. Composite Structures 1982; 15:335-350.
- [96] Kim RY, Soni RS. *"Experimental and Analytical Studies on the onset of Delamination in Laminated Composites"*. Journal of Composite Materials 1984; 18.
- [97] Brewce JC, Lagace PA. *"Quadratic Stress criterion for initiation of delamination"*. Journal of Composite Materials 1988; 22.
- [98] Hou JP, Petrinic N, Ruz C. *"A delamination criterion for laminated composites under low-velocity impact"*. Composites Science and Technology 2001; 61:2069-2074.
- [99] Fernández-Cañadas LM, Iváñez I, Sanchez-Saez S. *"Influence of the cohesive law shape on the composite adhesively-bonded patch repair behaviour"*. Composites Part B: Engineering 2016; 91:414-421
- [100] Francisco Javier Rojo Perez. *"Aplicación de la mecánica de la fractura a la rotura frágil de fibras de sémola"*. Tesis Doctoral, 2003, Universidad Politécnica de Madrid.
- [101] McCartney LN. *"Energy-based prediction of progressive ply cracking and strength of general symmetric laminates using an homogenization method"*. Composites: Part A 2005; 36:119-128.
- [102] McCartney LN. *"Energy-based prediction of failure in general symmetric laminates"*. Engineering Fracture Mechanics 2005; 72:909-930.
- [103] Hahn HT; *"A mixed-mode fracture criterion for composite materials"*; Composite Technology 1983; 5:26-29.
- [104] Whitcomb JD; *"Analysis of instability-related growth of a through-width delamination"*; NASA TM-86301; (1984).
- [105] Donaldson SL. *"Fracture toughness testing of graphite/epoxy and graphite/peek composites"*. Composites 1985; 16:103-112.
- [106] Hashemi S, Kinloch AJ; *"Interlaminar fracture of composite materials"*; Elsevier Applied Science; (1987); pp. 254-264.
- [107] Benzerg D, Haddi A, Seddak A, Lavie A. *"A mixed-ode damage model for delamination growth applied to a new woven composite"*. Computational Materials Science 2008; 41:515-521.
- [108] d'Agostino MV, Giorgio I, Creco L, Madeo A, Boisse P. *"Continuum and discrete models for structures (quasi-)inextensible elasticae with a view to the design and modeling of composite reinforcements"*. International Journal of Solids and Structures 2015; 59:1-17.
- [109] Maimí P, Camanho PP, Mayugo JA, Dávila CG. *"A continuum damage model for composite laminates: Part II-Computational implementation and validation"*. Mechanics of Materials 2007; 39: 909-919.

- [110] Kachanov L. "Time of rupture process under creep conditions". *Izy Akad Nank SS:R. Otd.Tech. Nauk* 1958; 8:26-31.
- [111] Rabotnov Y. "Creep rupture". In : *Proc. XII international Congress of Apply Mechanics*. 1968.
- [112] Varna J, Joffe R, and Talreja R. "A synergistic damage mechanics analysis of transverse cracking in $[\pm\theta/90]_s$ laminates". *Composites Science and Technology* 2001, 61:657–665.
- [113] Lundmark P, Varna J. "Constitutive Relationships for laminates with ply cracks in in-plane loading". *Int. J. Damage Mech* 2005; 14:235-259.
- [114] Singh CV, Talreja R. "Analysis of multiple off-axis ply cracks in composite laminates". *Int.J.Solid Struct* 2008; 45:4574-4589.
- [115] Varna J, Joffe R, Talreja R. "Mixed micromechanics and continuum damage mechanics approach to transverse cracking in $[S,90_n]_s$ laminates". *Mech Compos Mater* 2001; 37(2):115-126.
- [116] Joffe R, Krasnikovs A, Varna J. "COD-based simulation of transverse cracking and stiffness reduction in $[S,90_n]_s$ laminates". *Compos Sciencie and Technology* 2001; 61:637-656.
- [117] Kashtalyan M, Soutis C. "Analysis of local delaminations in composite laminates with angle-ply cracks". *Int. J. Solids Struct* 2002; 39:1515-1537.
- [118] Schapery RA. "A theory of mechanical behavior of elastic media with growing damage and other changes in structure". *J Mech Phys Solids* 1990; 38(2):215–53.
- [119] Murakami S, Kamiya K. "Constitutive and damage evolution equations of elastic–brittle materials based on irreversible thermodynamics". *Int J Mech Sci* 1997; 39(4):473–86.
- [120] Hayakawa K, Murakami S, Liu Y. "An irreversible thermodynamics theory for elastic–plastic–damage materials". *J Mech A – Solids* 1998; 17(1):13–32.
- [121] Tang XS, Jiang CP, Zheng JL. "Anisotropic elastic constitutive relations for damaged materials by application of irreversible thermodynamics". *Theor Appl Fract Mech* 2002; 38(3):211–20.
- [122] Brünig M. "An anisotropic ductile damage model based on irreversible thermodynamics". *Int J Plast* 2003; 19(10):1679–713.
- [123] Olsson M, Ristinmaa M. "Damage evolution in elasto-plastic materials response due to different concepts". *Int J Damage Mech* 2003; 12(2):115–39.
- [124] Basu S, Waas AM, Ambur RD. "Prediction of progressive failure in multidirectional composite laminated panels". *Int J Solids Struct* 2007; 44(9):2648–76.
- [125] Matzenmiller A, Lubliner J, Taylor RL. "A constitutive model for anisotropic damage in fiber-composites". *Mech Mater* 1995; 20(2):125–52.
- [126] Kwon YW, Liu CT. "Study of damage evolution in composites using damage mechanics and micromechanics". *Compos Struct* 1997; 38(1–4):133–9.

- [127] Schipperen JHA. *"An anisotropic damage model for the description of transverse matrix cracking in a graphite-epoxy laminate"*. Compos Struct 2001; 53(3):295–9.
- [128] Maa RH, Cheng JH. *"A CDM-based failure model for predicting strength of notched composite laminates"*. Composites Part B 2002; 33(6):479–89.
- [129] Barbero EJ, Vivo LD. *"A constitutive model for elastic damage in fiberreinforced PMC laminae"*. Int J Damage Mech 2001; 10(1):73–93.
- [130] Lin WP, Hu HT. *"Nonlinear analysis of fiber-reinforced composite laminates subjected to uniaxial tensile load"*. J Compos Mater 2002; 36(12):1429–50.
- [131] Boutaous A, Peseux B, Gornet L, Be' laidi. *"A new modeling of plasticity coupled with the damage and identification for carbon fibre composite laminates"*. Compos Struct 2006; 74(1):1–9.
- [132] Barbero EJ. *"An inelastic damage model for fiber reinforced laminates"*. J Compos Mater 2002; 36(8):, 941–962.
- [133] Wittel FK, Schulte-Fischedick J, Kun F, Kröplin B-H, Frieb M. *"Discrete element simulation of transverse cracking during the pyrolysis of carbon fibre reinforced plastics to carbon/carbon composites"*. Comput Mater Sci 2003; 28: 1–15.
- [134] Wittel FK, Kun F, Kröplin B-H, Herrmann HJ. *"A study of transverse ply cracking using a discrete element method"*. Comput Mater Sci 2003; 28(3–4):608–19.
- [135] Sheng Y, Yang D, Tan Y, Ye J. *"Microstructure effects on transverse cracking in composite laminae by DEM"*. Compos Sci Technol 2010; 70:2093–101.
- [136] Biscaia HC, Micaelo R, Teixeira J, Chastre C. *"Numerical analysis of FRP anchorage zones with variable width"*. Composites Part B 2014; 67:410–26.
- [137] Yang D, Sheng Y, Ye J, Tan Y. *"Discrete element modeling of the microbond test of fiber reinforced composite"*. Comput Mater Sci 2010; 49:253–9.
- [138] Yang X, Xia Y, Zhou Q. *"Influence of stress softening on energy-absorption capability of polymeric foams"*. Mater Des 2011; 32(3):1167–76.
- [139] Maheo L, Dau F, André D, Charles JL, Iordanoff I. *"A promising way to model cracks in composite using Discrete Element Method"*. Composites: Part B 2015; 71:193-202.
- [140] Troyani N, Gomes G, Sterlacci G. *"Theoretical stress concentration factors for short rectangular plates with centered circular holes"*. Journal of Mechanical Design 2002; 124.
- [141] Lagace PA. *"Notch sensitivity and stacking sequence of laminated composites"*. In: J.M. Whitney editor, Composite Materials: testing and design (seventh conference), ASTM STP 893, Philadelphia, 1986, pp. 161-176.
- [142] Awerbuch J, Madhukar MS. *"Notched strength of composite laminates: predictions and experiments – a review"*. Journal Reinf Plast Comp. 1985; 4:3-159.

- [143] Kortschot MT, Beaumont PWR. *"Damage mechanics of composite materials: I-measurements of damage and strength"*. Composite Science and Technology. 1990; 39:289-301.
- [144] Lee J, Soutis C. *"Measuring the notched compressive strength of composite laminates: specimen size effects"*. Compos Sci Technol 2008; 68:2359-66.
- [145] Pierron F, Green B, Wisnom MR, Hallet SR. *"Full-field assessment of the damage process of laminated composite open-hole tensile specimens. Part II: Experimental results"*. Composites Part A 2007; 38:2321-32.
- [146] Dominguez PN, Santos PD, Robles SI, Ortega NF. *"Concentración de tensiones en piezas de materiales compuestos"*. *Mecánica computacional*. Vol. XXV, pp. 537-548, 2006. Santa Fe, Argentina.
- [147] Pilkey W.D. *"Peterson's stress concentration factors"*. New York: John Wiley & Sons, 1997.
- [148] Maiz S, Rossi R, Laura P, Bambill D. *"Efectos de la Ortotropía sobre el Factor de Concentración de Tensiones"*. ENIEF 2004, Mecánica Computacional 2004; 23:673-692.
- [149] Sánchez M, Troyani N. *"Factor teórico de concentración de esfuerzos en piezas cortad de materiales anisótropos"*. ENIEF 2003, Mecánica Computacional 2003; 22:2135-2144,.
- [150] Savin GN. *"Stress Distribution Around Holes"*. NASA TT-F-607, 1970.
- [151] Weeton JW. *"Engineered Materials Handbook, Vol. 1: Composites"*. ASM International, Metals Park, OH, 1987.
- [152] D. Mollenhauerb, E.V. Iarveb, R. Kimb, B. Langley, Examination of ply cracking in composite laminates with open holes: A moiré' interferometric and numerical study. Composites: Part A 37 (2006) 282-294, ISBN 1359-835.
- [153] Iarvea EV, Mollenhauerb D, Kim R. *"Theoretical and experimental investigation of stress redistribution in open hole composite laminates due to damage accumulation"*. Composites: Part A 2005; 36:163-171.
- [154] Maimí P, Trias D, González EV, Renart J. *"Nominal strength of quasi-brittle open hole specimens"*. Composites Science and Technology 2012; 72:1203-1208.
- [155] Abisset E, Daghia F, Ladevèze P. *"On the validation of a damage mesomodel for laminated composites by means of open-hole tensile tests on quasi-isotropic laminates"*. Compos Part A: Appl Sci Manuf 2011; 42:1515-24
- [156] Harris CE, Morris DH. *"Role of delamination and damage development on the strength of thick notched laminates"*. In: Johnson, WS editor. Delamination and debonding of materials, ASTM STP 876, Philadelphia, 1985. p. 424-47.
- [157] Vaidya RS, Klug JC, Sun CT. *"Effect of ply thickness on fracture of notched composite laminates"*. AIAA J 1998; 36(1):81-8.

- [158] Lagace PA, Bhat NV, Gundogdu A. *"Response of Notched Graphite/Epoxy and Graphite/ PEEK systems"*. Composite Materials: Fatigue and Fracture, Fourth Volume, ASTM STP. 1993, pp. 55-71.
- [159] Varellis I, Norman TL. Compos. Sci. Technol. 1994; 51:367.
- [160] Standard Test Method for Tensile Properties of Polymer Matrix Composite Materials, ASTM D 3039/D 3039M-95a. West Conshohocken (PA), USA: American Society for Testing and Materials (ASTM).
- [161] Standard Test Method for Open-Hole Tensile Strength of Polymer Matrix Composite Laminates ASTM D5766/D 5766M-11. West Conshohocken (PA), USA: American Society for Testing and Materials (ASTM).
- [162] Burke SK, Cousland McK., Scala CM. *"Nondestructive characterization of advanced composite materials"*. Mater Forum 1994;, 18:85-109.
- [163] Moure MM, Sanchez-Saez S, Barbero E, Barbero EJ. *"Analysis of damage localization in composite laminates using a discrete damage model"*. Compos B 2014; 66:224–32.
- [164] Moure MM, Otero F, García-Castillo SK, Sánchez-Sáez S, Barbero E, Barbero EJ. *"Damage evolution in open-hole laminated composite plates subjected to in-plane loads"*. Composite Structures 2015, 133:1048-1057.
- [165] Xing L, Zhidong F, Zengshan L, Lu L. *"A new stress-based multi-scale failure criterion of composites and its validation in open hole tension tests"*. Chinese Journal of Aeronautics 2014; 27:1430–1441.
- [166] Liu PF, Chu JK, Liu YL, Zheng JY. *"A study on the failure mechanisms of carbon fibre/epoxy composite laminates using acoustic emission"*. Materials and Design 2012; 37:228-235.
- [167] Barbero EJ, Cosso FA, Roman R, and Weadon TL. *"Determination of material parameters for Abaqus progressive damage analysis of E-glass epoxy laminates"*, Composites: Part B 2013; 46:211–220.
- [168] Liu X, Duddu R, Waisman H. *"Discrete damage zone model for fracture initiation and propagation"*. Engineering Fracture Mechanics 2012; 92:1-18.

